Theoretische Untersuchung

einer Bonjour-Lachaussée-Dampfmaschine

auf Massendruck der Steuerung
und Resonanz des Regulators.

Von der Königl. Technischen Hochschule zu München
zur
Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften
(Doktor-Ingenieurs)
genehmigte Dissertation.

Vorgelegt von

Hans Goetz

Diplomingenieur und kgl. Gewerbeinspektor.

ACAD.
LUGD. BAT.
BIBL.

Referent: Prof. W. Lynen.
Korreferent: Prof. Dr. A. Föppl.

Berlin 1909.

Druck von Leonhard Simion Nf., Berlin SW. 48.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555412_0155

Inhalt.

Seite

Einleitung 1
I. Die Bauweise der Bonjour-Lachaussée-Steuerung 4
II. Die Ermittlung der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen 4
A. Geschwindigkeiten 5
B. Beschleunigungen 7
III. Die Aufzeichnung der Geschwindigkeiten und Tangentialbeschleunigungen der Gelenkpunkte in Kurven 10
A. Allgemeine Prinzipien 10
B. Anwendungen auf das Beispiel 14
IV. Die Ermittlung der Beschleunigungsdrücke 17
A. Die Reduktion der Kräfte 19
B. Auflösung der Rückdruckkurven in Sinuslinien 25
V. Das Verhalten des Regulators 27
1 Die wirklichen C-Kurven 27
2. Die Masse 28
3. Die äußeren Kräfte 30
4. Das Gesetz der Bewegung 33
VI. Die Schwingungen des Regulators 36
1. Die Gleichungen für die erzwungene Schwingung und für die Eigenschwingung . 36
2. Anwendung auf die als Beispiel gewählte Bonjour-Lachaussée-Maschine 38
VII. Die Resonanz 45
1. Die Schwingungsgleichung für Resonanz 45
2. Konstruktionsbedingungen für die Vermeidung der Regulatorresonanz 46
3. Künstlich hervorgerufene Resonanz 47
Schlußbemerkung 49

Als die Bedürfnisse des Verkehrs, der Betrieb verschiedener Arbeitsmaschinen und nicht zuletzt die Erkenntnis besserer Wirtschaftlichkeit im Maschinenbau größere Tourenzahlen erforderten, war man bald genötigt, auch die mit der Steigerung der Umlaufsgeschwindigkeit verknüpften Nebenerscheinungen, insbesondere den dynamischen Einfluß der wechselnden Beschleunigungen bewegter Teile zu verfolgen.

In mehrfacher Beziehung zeigte sich dann die genauere Beachtung der Beschleunigungsdrücke geboten, einmal in Fragen der Festigkeit. Unerklärliche Brüche an den äußeren Steuerungsteilen schwerer Dampfmaschinen wiesen darauf hin, daß in deren Gelenken, Stangen und Hebeln Kräfte auftreten mußten, die mit den für die Festigkeitsrechnung zugrunde gelegten Annahmen nicht übereinstimmten. Und in der Tat ermittelte man Geschwindigkeiten und Beschleunigungen von außerordentlicher Größe, die für das Entstehen bedeutender Drücke eine Erklärung geben konnten.

Von ungleich größerer Bedeutung ist die Verfolgung des Einflusses, den die Massenbeschleunigungsdrücke auf die Gleichmäßigkeit des Ganges sowohl der Maschine selbst, als der maschinell betriebenen Fahrzeuge ausüben. Im ersteren Falle handelt es sich um den Ungleichförmigkeitsgrad der Maschine, im zweiten um den namentlich für Schiffe wichtigen Massenausgleich. Betreffen beide Fälle direkte Einwirkungen, so müssen wir auch noch eine Art von indirekten Einflüssen betrachten, die sich auf Umwegen durch den Regulator bemerkbar macht.

Der Regulator beherrscht die Steuerung, aber er erhält von ihr zurück wieder Massendrücke, die seine Pendelstellung verändern. Das Auftreten dieser Drücke hat zu dem Bestreben geführt, sog. „rückdruckfreie“ Steuerungen zu konstruieren, Anordnungen zu treffen, die die Rückdrücke der Steuerung nicht zum Regulator gelangen lassen. Viele dieser Konstruktionen sind von falschen Voraussetzungen ausgegangen. Es treten wohl, namentlich bei Einschaltung von Wälzhebeln in manchen Steuerungen außerordentlich hohe Drücke auf, aber diese sind durch die Art, wie sie auftreten, meist ungefährlich, weil nämlich ihr Impuls ($\int P dt$) gering ist. Stellt Fig. 1, Taf. I, ein Stück einer beliebigen mit großen Spitzen behafteten Rückdruckkurve dar, so läßt sich hieraus die Integralkurve oder hier Impulskurve konstruieren (a in Fig. 1). Man erkennt, daß die hohen Spitzen der Rückdruckkurve in der Impulskurve bedeutend zusammengeschrumpft sind. Geringe Schwankungen in der Impulskurve können wir sogar als

nützlich für die Regulierung bezeichnen, da ein leichtes Tanzen des Regulators für vorteilhaft gilt.[1])

Dagegen haben wir etwas ganz anderes bei den Rückdrücken in Betracht zu ziehen: weniger auf die Größe des Rückdruckes haben wir unser Augenmerk zu richten, als vielmehr auf seine zeitliche Variation, seine Periode. Erfahrung und Theorie haben gezeigt, daß auch kleine Kräfte unter bestimmten Umständen, nämlich im Falle der Resonanz, große Wirkungen haben können. Derartige Resonanzerscheinungen sind, wie das Mitklingen einer Saite beim Anschlagen einer gleichgestimmten, zum Teil von altersher bekannt. Genannt sei ferner die Bewegung eines schweren Pendels durch regelmäßige Atemstöße, eine Erscheinung, die bereits Galilei studierte,[2]) dann das Zerspringen eines Glases beim Hineinsingen eines bestimmten Tones, und schließlich der Einsturz von Brücken[3]) und Fabrikkaminen[4]) infolge periodisch auftretender Windstöße. Nach den gleichen Gesetzen, die den genannten Beispielen zugrunde liegen, kann auch in Steuerungen Resonanz auftreten, welche den Gang der Maschine aufs ungünstigste zu beeinflussen imstande ist.

Die vorliegende Arbeit soll die Anwendung der Resonanzerfahrungen auf Regulator und Steuerungsgestänge behandeln, die durch die Massendrücke erzwungenen Schwingungen des Regulators, die Bedingungen für das Auftreten der Resonanz und die für eine Verhütung derselben aufzustellenden Grundsätze ermitteln.

Die Untersuchung soll an Hand eines besonderen Beispiels durchgeführt werden und zwar für eine Dampfmaschine der Bauart Bonjour-Lachaussée.[5]) Es wird nicht schwer sein, für andere Maschinen die analogen Verhältnisse zu ermitteln.

Die Wahl einer Bonjour-Lachaussée-Steuerung ist nicht willkürlich. Erstens ist nämlich diese Steuerung keine „rückdruckfreie“, zweitens ist ihre Anordnung sehr originell, und drittens endlich weist sie außerordentlich hohe Beschleunigungswerte auf.

Wir haben also dreierlei in den Kreis unserer Betrachtungen zu ziehen, einmal die Massendrücke der Steuerung und die ihnen zugrundeliegenden Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Massenverhältnisse, dann die Eigenschwingungen des Regulators unter Berücksichtigung der reduzierten Masse der mitschwingenden Steuerungsteile, und endlich den gesamten Schwingungszustand mit dem Resonanzproblem.

Wir müssen von vornherein verschiedene vereinfachende Annahmen treffen. So allgemein, wie die Aufgabe zunächst gefaßt ist, schließt sie die gesamten

---

[1]) cf. Tolle, Regelung der Kraftmaschinen, Berlin 1905, S. 437 ff. Isaachsen, Die Regulierung von Kraftmaschinen, Z. d. V. d. J. 1899, S. 917.

[2]) Tyndall, Fragmente aus den Naturwissenschaften, deutsch von Helmholtz und du Bois-Reymond, Braunschweig 1899, 1. Bd. S. 505; cf. hierzu auch S. 78 und 383.

[3]) Der Einsturz der Taybrücke oberhalb Dundee in Schottland an Weihnachten 1879 wird auf Windresonanz zurückgeführt. Zeitung d. V. deutsch. Eisenbahnverw. 1880, S. 292, 307 und 323.

[4]) Der Eisenbahningenieur Max Maria v. Weber (1822—1881) beobachtete den Einsturz eines hohen Fabrikkamins, der anscheinend durch Windresonanz hervorgerufen wurde.
Ebenda. S. 324.

[5]) S. The Engineer, Juli 1905, S. 84.

komplizierten Regulierungsvorgänge mit ein, ein Problem, das infolge seiner Schwierigkeit schon eine ganze Literatur hervorgerufen hat. Dieses eigentliche Regulierproblem, dessen Berücksichtigung die Lösung unserer Aufgabe ganz außerordentlich erschweren würde, dürfen wir aber ausschalten. Da zwischen Regulator und Einlaßorgan feste kinematische Beziehungen bestehen, wird durch jeden Ausschlag die Leistung der Maschine verändert. Für geringe Ausschläge des Regulators können wir die Leistung der Maschine als konstant annehmen. Es entspricht das dem Fall, daß die Maschine (Dampfmaschine) nicht unter eigenem Dampf läuft, sondern von der Welle aus angetrieben wird, beispielsweise durch einen Elektromotor. Das Regulierproblem kommt damit in Wegfall. Dieser Annahme liegt eigentlich die Vorwegnahme des zu erwartenden Resultates, daß nämlich nur kleine Schwingungen vorhanden sind, zugrunde, aber wir sind berechtigt, die Ausschläge von Anfang an als klein anzunehmen, da uns die Erfahrung mit ausgeführten Maschinen dies bestätigt. Die Annahme konstanter Leistung gilt aber nur bei wirklich kleinen Ausschlägen. Wachsen diese, und tritt speziell Resonanz ein, so wird sie hinfällig. Darin liegt jedoch keine Schwierigkeit für die Behandlung des Problems, denn uns interessieren nur die Bedingungen für den Eintritt der Resonanz. Das Verhalten von Maschine und Regulator während der Resonanz hat keine praktische Bedeutung; wir wissen von vornherein, daß in diesem Fall die Maschine unbrauchbar wird. Da nun die Resonanz bekanntlich nur bei ganz bestimmten Schwingungszahlen auftritt und in deren nächster Umgebung die Amplitude noch sehr klein ist, erscheint unsere erste Näherungsannahme ganz unbedenklich.

Wie bereits erwähnt, legen wir der Untersuchung die Annahme zugrunde, daß der Zusammenhang zwischen Regulator und Maschinenleistung gelöst sei, denken uns also die Maschine von außen her irgendwie angetrieben. Wir werden dadurch zu einer weiteren Annäherung geführt, nämlich zur Vernachlässigung des Ungleichförmigkeitsgrades der Maschine. Es entspricht das der Annahme, daß die Dampfmaschine ein Schwungrad von unendlich großer Masse besitze. Daß für die vorliegende Arbeit eine derartige Vereinfachung zulässig ist, kann aus folgender Überlegung leicht ersehen werden. Wie sich später zeigen wird, sind die Ordinaten der Rückdruckkurven vom Quadrat der Kurbelzapfengeschwindigkeit abhängig. Bezeichnet δ den wirklichen Ungleichförmigkeitsgrad des Schwungrades und p den momentanen Rückdruck für $\delta = 0$, so kann höchstens eine Abweichung von

$$\left[1 - \left(1 \pm \frac{\delta}{2}\right)^2\right] \cdot p$$

auftreten. Für $\left(1 \pm \frac{\delta}{2}\right)^2$ kann man unter Weglassung des sehr kleinen Quadrates von $\frac{\delta}{2}$ setzen: $1 \pm \delta$. Der Fehler ist demnach höchstens $= \mp \delta$, d. h. für $\delta = \frac{1}{100}$ beträgt er ca. 1 %, für $\delta = \frac{1}{50}$ ca. 2 %, ist also für unsere Betrachtung ganz unerheblich.

Die im Lauf der Berechnung weiterhin zu treffenden Annäherungen werden von Fall zu Fall behandelt werden.

I. Die Bauweise der Bonjour-Lachaussée-Steuerung.

Auf der Schwungradwelle A (Fig. 2 Taf. I[1])) sitzen zwei Exzenter, von denen das eine B unter einem festen Winkel gegen die Kurbel aufgekeilt ist, während das andere F durch einen Achsenregler innerhalb weiter Grenzen — F_1 bis F_2 — verstellbar ist. Exzenter B versetzt durch die Stange 2 die Schwinge DCE, an deren Endpunkt E die Kulisse 4 drehbar angeschlossen ist, in Oszillation. Der Kulissenstein G ist zugleich Gelenkpunkt der Exzenterstange 6 und der Schwinge 7. Punkt E und Kulissenstein G bewegen sich auf flachen Kreisbögen, der Endpunkt H der Kulisse 4 durchläuft dagegen eine kompliziertere Bahn und zwar mit sehr verschiedener Geschwindigkeit, in der Art, daß an den höchsten Punkten der Bahn die Geschwindigkeit gering und an den unteren mehr kreisförmigen Teilen außerordentlich groß wird. Glied EH macht infolgedessen eine peitschenschnurartige Bewegung. An ihm ist der Drehpunkt des Kulissensteines J befestigt, dessen Bewegung durch die Kulissenschwinge LKM und die Stange 8 auf den Schieber übertragen wird. Stange 8 ist im folgenden (mit genügender Genauigkeit) als unendlich lang angenommen, so daß die Schieberbewegung identisch ist mit der Horizontalprojektion der Bahn des Punktes L. Die Wege des Schiebers, von der Mittellage aus gemessen, sind in Fig. 3 als Ordinaten über den zugehörigen Zeiten und in Fig. 4 als Ordinaten über den zugehörigen Kolbenwegen aufgetragen, wobei der Maßstab für die Zeit bzw. für die Kolbenwege beliebig gewählt wurden. Die gestrichelten Kurven stellen die Werte bei der Maximalfüllung dar, die punktierten Kurven die Werte bei der Nullfüllung und die ausgezogenen Kurven die Werte bei der Füllung dar, welche der Mittelstellung des Exzenters F entspricht. Diese Füllung wird im folgenden kurzweg „Mittelfüllung“ genannt. Namentlich das ellipsenförmige Diagramm (Fig. 4) gibt über die Art der Regulierung deutlich Aufschluß. Die das Steuerungsdiagramm vervollständigenden Linien der Einlaß- und Auslaßdeckung usw. sind weggelassen.

II. Ermittlung der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen.

Die Steuerung besteht aus einer Reihe von Getrieben, die einzeln betrachtet werden sollen. Im Interesse der Deutlichkeit der für die Betrachtung erforderlichen Figuren sind im folgenden die Maßverhältnisse der einzelnen Glieder gegenüber der Wirklichkeit verändert und für neue Figuren sind neue Annahmen getroffen worden. Die an Hand der Figuren gemachten Ableitungen stellen also nur Gang und Methode der Bestimmungen dar, ohne für die vorliegende Steuerung selbst die Resultate zu liefern.

Den Untersuchungen liegt eine konstante Kurbelzapfengeschwindigkeit zugrunde, die zunächst ohne Rücksicht auf die wirklichen Größenverhältnisse durch eine Länge gleich dem Exzenterradius dargestellt wurde, wie es in kinematischen Untersuchungen üblich ist.

---

[1]) Die Originalzeichnungen mußten leider stark verkleinert werden (ca. im Verhältnis 3 : 8). Das Steuerungsschema ist in ca. $^3/_{16}$ der natürlichen Größe wiedergegeben.

A. Geschwindigkeiten.

1. Kurbelviereck $ABCD$ (Fig. 5 Taf. II).

Gegeben: Geschwindigkeit v_B von B, gleich BB_v, nach Größe und Richtung.
Gesucht: Geschwindigkeit v_E von E, gleich EE_v, nach Größe und Richtung.

Zuerst ist die Geschwindigkeit des Punktes C zu ermitteln. Hierzu könnte man in gewohnter einfacher Weise den Momentanpol und die lotrechten Geschwindigkeiten verwenden. Es soll aber hier und weiterhin ein Verfahren eingeschlagen werden, das von der Benützung der Pole und lotrechten Geschwindigkeiten absieht. [1])

Die Bewegung der Koppel BC kann als eine gleichzeitige Parallelverschiebung und Drehung aufgefaßt werden. Wir zerlegen sie in eine Translation mit der Geschwindigkeit BB_v des Punktes B, wodurch jedem Punkt der Stange BC die gleiche Geschwindigkeit BB_v zugeteilt wird, und in eine Rotation um den Punkt B, deren Winkelgeschwindigkeit wir zunächst noch nicht wissen. Wollen wir die Geschwindigkeit v_C des Punktes C erhalten, so haben wir zuerst die Verschiebungsgeschwindigkeit BB_v in C abzutragen gleich CC'_v. Die Geschwindigkeit der um Punkt B erfolgenden Drehung des Punktes C kennen wir nur der Richtung nach: sie muß jedenjalls $\perp BC$ sein. Die im Punkte C'_v zu BC gezogene Senkrechte muß also den Endpunkt der von C' aus aufzutragenden Drehgeschwindigkeit enthalten, der zugleich den Endpunkt C_v der Geschwindigkeit CC_v bildet, oder, was dasselbe ist, sie ist ein erster geometrischer Ort für C_v. Punkt C gehört aber gleichzeitig auch der Stange CD an und muß als solcher eine Geschwindigkeit besitzen, die senkrecht zu CD steht. Die in C zu CD errichtete Senkrechte ist demnach ein zweiter geometrischer Ort für C_v. Der Punkt C_v selbst ist infolgedessen als Schnittpunkt der beiden geometrischen Örter ($C'_v C_v \perp BC$ und $CC_v \perp CD$) eindeutig bestimmt. Die Geschwindigkeitsrichtung EE_v für Punkt E ist parallel CC_v. Die Größe der Strecke EE_v ist einfach durch die Verbindungslinie DC_v zu erhalten.

2. Kurbelviereck $AFGD$.

Gegeben: Geschwindigkeit v_F von F, gleich FF_v, nach Größe und Richtung.
Gesucht: Geschwindigkeit v_G von G, gleich GG_v, nach Größe und Richtung.

Die Geschwindigkeit v_G des Punktes G, die Strecke GG_v, wird ebenso bestimmt wie die Geschwindigkeit v_C des Punktes C gleich CC_v. Das Verfahren braucht daher nicht durch eine Figur erläutert zu werden.

3. Kulisse EH oder 4. (Fig. 6.)

Gegeben (aus dem Vorigen):
Geschwindigkeit v_E des Gelenkpunktes E, gleich EE_v;
Geschwindigkeit v_G des Kulissensteines G, gleich GG_v.
Gesucht: Geschwindigkeit v_H und v_J der Punkte H und J, gleich HH_v bzw. JJ_v.

[1]) S. Tolle, a. a. O., S. 15 ff. und Dafinger, Graphodynamische Untersuchung einer Heusinger-Joy-Steuerung, Dinglers Pol. Journ. 1907, S. 97 ff.

Die Geschwindigkeit v_G des Kulissensteines G setzt sich zusammen aus 1. der Geschwindigkeit $v_G{}^k$ des mit G momentan zusammenfallenden Kulissenpunktes G^k und 2. der Verschiebungsgeschwindigkeit des Steines G in der Kulisse.

Erstere Geschwindigkeit $v_G{}^k$ sei benannt: „v_G mit 4“

letztere werde bezeichnet mit: „v_G auf 4.“

Dann ist $v_G = v_G$ mit 4 $+\!\!\succ$ [1]) v_G auf 4.

Nun ist v_G mit $4 = v_E +\!\!\succ$ Drehgeschwindigkeit von G um E.

$= v_E +\!\!\succ v_G$ um $E = GG'_v +\!\!\succ v_G$ um E,

v_G um E und v_G auf 4 sind der Richtung nach bekannt: v_G um $E \perp EH$, v_G auf $4 \parallel EH$; G_v^k muß demnach sowohl in der im Punkte G_v zu 4 gezogenen Parallelen, als in der im Punkte G'_v zu 4 errichteten Senkrechten enthalten sein, wird also durch deren Schnittpunkt bestimmt; es gilt

$$v_G{}^k = v_E +\!\!\succ v_G \text{ um } E = v_G -\!\!\succ v_G \text{ auf } 4.$$

Die Geschwindigkeit von H läßt sich wieder aus 2 Komponenten zusammensetzen:

$$v_H = v_E +\!\!\succ v_H \text{ um } E = v_E +\!\!\succ \frac{EH}{EG} \cdot (v_G \text{ um E}).$$

Da $E_vG'_vH'_v \# EGH$, vereinfacht sich die Konstruktion der Linie HH_v auf das Ziehen von 2 Parallelen, nämlich $HH'_v \parallel EE_v$ und $H'_vH_v \parallel G'_vG_v^k$.

Zur Bestimmung von JJ_v verwenden wir den Satz, daß die Geschwindigkeitsendpunkte eines starren Systems ein System bilden, das dem ersteren ähnlich ist,[2]) d. h. in unserem Fall

$$E_vJ_vH_v \sim EJH. \quad \text{(Fig. 7.)}$$

Wir tragen den Winkel α in gleichem Sinn an E_vH_v an und machen $E_vJ_v = EJ \cdot \frac{E_vH_v}{EH}$. Am schnellsten geht die Konstruktion mit Pauspapier und Proportionalzirkel. Der Zirkel wird auf das Verhältnis $\frac{EJ}{EH}$ eingestellt und $\measuredangle \alpha$ auf das Pauspapier übertragen. Legt man dann letzteres entsprechend auf die Zeichnung, so braucht man nur E_vH_v in den Zirkel zu nehmen und kann mit dessen anderen Spitzen direkt den Punkt J_v durchstechen.

4. Kulissenschwinge LKM oder 9. (Fig. 8.)

Gegeben: Geschwindigkeit v_J des Kulissensteines J gleich JJ_v.

Gesucht: Geschwindigkeit v_L von L (und v_M von M).

Die Verhältnisse sind ganz analog denen der Kulisse 4 und vereinfachen sich dadurch, daß Punkt K, dem dort Punkt E entspricht, festliegt.

Demnach ist: $v_J = v_J$ mit 9 $+\!\!\succ$ v_J auf 9.

---

[1]) $+\!\!\succ$: Zeichen für geometrische Addition,

$-\!\!\succ$: Zeichen für geometrische Subtraktion

s. Tolle, a. a. O., S. 16, Fußn 2.

[2]) Vgl. Burmester, Lehrbuch der Kinematik, 1. Bd., Leipzig 1888, S. 23 und weiterhin für die Beschleunigungen, S. 803.

Die Konstruktion ist ohne weiteres aus der Figur zu ersehen. In derselben ist $JJ'_v = v_J$ mit 9 und $J'_v J_v = v_J$ auf 9.

Da die Schieberflügelstange ∞ angenommen wurde, wird die Geschwindigkeit v_{Sch} des Schiebers durch die Horizontalprojektion von v_L dargestellt.

Hiermit sind die Geschwindigkeiten der sämtlichen Gelenkpunkte ermittelt.

B. Beschleunigungen.

Ein um ein festes Gelenk rotierender Punkt erfährt eine Beschleunigung (bzw. Verzögerung), die sich aus zwei Komponenten zusammensetzt. Sie enthält:

a) Eine Tangentialbeschleunigung, die durch die zeitliche Änderung der Rotationsgeschwindigkeit bestimmt wird, aber von dem momentanen Geschwindigkeitswert unabhängig ist. Bei gleichförmiger Drehung ist sie gleich Null.

b) Eine Normalbeschleunigung, die von der Momentangeschwindigkeit des Punktes abhängt. Sie beträgt, wenn v die Rotationsgeschwindigkeit und r den festen Abstand des Punktes vom Gelenk bezeichnet, b norm $= \frac{v^2}{r}$. Ihrer Größe nach kann sie zeichnerisch nach Fig. 9 durch eine Senkrechte zum Radiusrektor DC_v ermittelt werden gleich CC^o. Sie ist jedoch in umgekehrter Richtung, nach dem Drehpunkt D zu gerichtet, abzutragen.

Da wir nach dem auf Seite 4 Gesagten in der Zeichnung v_B und v_F gleich $\overline{AB}$ bzw. $\overline{AF}$ gewählt haben, wird auch b_B norm. und b_F norm. gleich $\overline{AB}$ bzw. $\overline{AF}$. Der Maßstab, in welchem die Beschleunigung hierbei aufgetragen ist, wird später ermittelt und kommt einstweilen für die Konstruktionen nicht in Betracht.

Genau wie bei der Bestimmung der Geschwindigkeiten müssen wir auch bei der Ermittlung der Beschleunigungen die einzelnen Teilgetriebe der Steuerung gesondert betrachten.

1. Kurbelviereck $ABCD$. (Fig. 10.)

Gegeben: Geschwindigkeitsverhältnisse, v_B = konst.

Gesucht: Beschleunigung b_E des Punktes E, gleich EE_b.

Wieder ist zuerst Punkt C zu untersuchen. Gerade wie die Geschwindigkeit des Punktes C setzt sich auch dessen Beschleunigung aus verschiedenen Komponenten zusammen. Diese sind, je nachdem man C als Punkt der Stange 2 (oder BC) oder als Punkt der Stange 3 (oder CD) auffaßt, die folgenden:

C als Punkt der Stange 2 aufgefaßt:

a) Gesamtbeschleunigung b_B des Punktes B, nämlich $BB_b = \overline{BA}$;

b) Normalbeschleunigung bei Drehung der Stange 2 um B, kurzweg „b_C norm. um B“, gleich $\frac{(v_C \rightarrow v_B)^2}{\overline{BC}}$;

c) Tangentialbeschleunigung bei Drehung der Stange 2 um B, kurzweg „b_C tang. um B“;

oder die folgenden beiden:

C als Punkt der Stange 3 aufgefaßt:

d) Normalbeschleunigung bei Drehung der Stange 3 um D, nämlich „b_C norm. um D“, gleich $\frac{v_C^2}{CD}$;

e) Tangentialbeschleunigung bei Drehung der Stange 3 um D, nämlich „b_C tang. um D“.

$b_C = b_B \dotplus b_C$ norm. um $B \dotplus b_C$ tang. um B
$= b_C$ norm. um $D \dotplus b_C$ tang. um D.

Von diesen fünf Gliedern sind uns c) und e) nur der Richtung nach bekannt, die übrigen nach Größe und Richtung. Denn b_C norm. um B und b_C norm. um D lassen sich nach Fig. 9 und 5 aus den Geschwindigkeiten leicht konstruieren. Um die Beschleunigung b_C norm. um B zu erhalten, hätte man in Fig. 5 die Koppeldrehgeschwindigkeit $C'_v C_v$ in C anzutragen, gleich CC_o, und zu BC_o in C_o eine Senkrechte zu errichten, die auf der Verlängerung von BC die gesuchte Größe von b_C norm. um B abschneiden würde. Nun bestimmen aber die von der Geschwindigkeitskonstruktion her bekannten Punkte $B_v C_v C'_v$ ein mit BC_oC kongruentes Dreieck, können also, wie aus der Fig. 5 zu ersehen ist, ebensogut zur Ermittlung von b_C norm. um B verwendet werden, was eine bedeutende Vereinfachung der Konstruktion mit sich bringt.

Um nun endlich die Beschleunigung b_C zu bekommen, haben wir folgendermaßen zu verfahren. Wir tragen (Fig. 10) in C die oben genannte Komponente a) an, addieren hierzu b) geometrisch und fügen die Richtung von c) hinzu. Ferner tragen wir in C das Beschleunigungsglied d) an und ziehen im Endpunkt die Richtung von e). Es stellt sich hier der Beschleunigungsendpunkt C_b genau wie oben C_v als Schnittpunkt zweier geometrischer Örter dar. Aus b_C wird durch Proportionalitätskonstruktion die Beschleunigung b_E des Punktes E, gleich EE_b, erhalten, die sich wieder in eine Normal- und Tangentialbeschleunigung spalten läßt.

2. Kurbelviereck $AFGD$.

Gegeben: Geschwindigkeitsverhältnisse; $v_F = \text{konst.}$

Gesucht: Beschleunigung b_G von G, gleich GG_b.

Bestimmung ganz analog wie unter 1.

3. Kulisse EH oder 4. (Fig. 11.)

Der Kulissenstein G führt in bezug auf die Kulisse Relativbewegungen aus. Für Relativbewegungen gilt aber bekanntlich der Satz von Coriolis[1]): „Die absolute Beschleunigung des bewegten Punktes ist gleich der geometrischen Summe aus der Fahrzeugbeschleunigung, aus der Relativbeschleunigung gegen das Fahrzeug und aus dem doppelten äußeren Produkte aus der Relativgeschwindigkeit und der Winkelgeschwindigkeit des Fahrzeugs.“ Unter „Fahrzeug“ haben wir hier die Kulisse zu verstehen, unter Fahrzeugbeschleunigung die Beschleunigung des Punktes G mit 4, unter Relativbeschleunigung die Beschleunigung b_G auf 4.

[1]) S. Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik, Bd. 4, Dynamik, Leipzig 1901, S. 296.

Zunächst soll die zusätzliche Beschleunigung, die Coriolisbeschleunigung betrachtet werden. Ein Stab (Fig. 12) rotiere mit der Winkelgeschwindigkeit $w = \operatorname{tg} \vartheta$ um einen (festen) Punkt. Auf ihm verschiebe sich eine Hülse mit der Geschwindigkeit c. Dann beträgt die Coriolisbeschleunigung ihrer Größe nach $2c \cdot w = 2c \cdot \operatorname{tg} \vartheta$. Um sie zu erhalten, hat man die Geschwindigkeit c vom Drehpunkt aus (ohne Rücksicht auf ihre Richtung) zweimal abzutragen, und im Endpunkt eine Senkrechte zu errichten, auf welcher dann durch den Winkel ϑ die Größe $2c \operatorname{tg} \vartheta$ abgeschnitten wird.

Von Wichtigkeit ist die Richtung der Coriolisbeschleunigung. Zunächst ist festzustellen, daß ihre Richtungslinie immer senkrecht zur Relativgeschwindigkeit steht. Bezüglich des Richtungssinnes, der für die vier verschiedenen Fälle in Fig. 13 dargestellt ist, läßt sich folgende einfache Regel aufstellen:

„Sieht man in Richtung der Relativgeschwindigkeit, so hat man die Coriolisbeschleunigung im Sinne der Winkelgeschwindigkeit aufzutragen.“ Führt also beispielsweise die Stange eine Rechtsdrehung aus, so muß, wenn man in Richtung der Relativgeschwindigkeit sieht, die Coriolisbeschleunigung ebenfalls nach rechts abgetragen werden. Die vier möglichen Fälle zeigt Fig. 13.

Gegeben: Geschwindigkeitsverhältnisse;
Beschleunigung b_E des Punktes E, gleich EE_b;
Beschleunigung b_G des Kulissensteines G, gleich GG_b.
Gesucht: Beschleunigung der Punkte H und J (Fig. 11).

Die Beschleunigung des Kulissensteines G ist nach dem Satze von Coriolis, wenn wir die früheren Bezeichnungen anwenden:

$b_G = b_G$ mit 4 $+\!\!\succ$ b_G auf 4 $+\!\!\succ$ Coriolisbeschleunigung.

Demnach ist:

b_G mit 4 $= b_G$ $-\!\!\succ$ Coriolisbeschleunigung $-\!\!\succ$ b_G auf 4.

Die Beschleunigung b_G mit 4 läßt sich noch in zweiter Weise ausdrücken:

b_G mit 4 $= b_E$ $+\!\!\succ$ b_G norm. um E $+\!\!\succ$ b_G tang. um E.

Nachdem in den rechten Seiten beider Gleichungen alle Glieder nach Größe und Richtung bekannt sind, mit Ausnahme von b_G auf 4 und b_G tang um E, kann analog dem früheren Verfahren G_b^k als Schnittpunkt zweier geometrischer Örter erhalten werden. Man bringt in Fig. 11 im Endpunkt G_b von GG_b die Coriolisbeschleunigung, die man aus der Fig. 6 bestimmt, in negativer Richtung an und zieht im Endpunkt derselben die Parallele zu 4 (Richtung von b_G auf 4). Ferner trägt man in G die Beschleunigung b_E nach Größe und Richtung gleich GG'_b ab, fügt geometrisch die aus der Fig. 6 nach früherem Verfahren zu bestimmende Strecke b_G norm. um E geometrisch an. Die im Endpunkt zu errichtende Senkrechte zu 4 (Richtung von b_G tang um E) schneidet dann die obige Parallele im gesuchten Punkt G_b^k.

Ist so die Beschleunigung des mit dem Kulissenstein G momentan zusammenfallenden Kulissenpunktes G^k gefunden, so läßt sich auch die Beschleunigung b_H ermitteln. Hierzu kann (Fig. 11) entweder die der Geschwindigkeitsbestimmung (Fig. 6) analoge Konstruktion angewandt werden oder es kann auch (nach Tolle[1]) in der Weise ver-

[1]) S. Tolle, a. a. O., S. 19.

fahren werden, daß man HH_b'' parallel zu GG_b^k zieht und mit der Linie EG_b^k zum Schnitt bringt. Zieht man von diesem Schnittpunkt H_b'' aus eine Parallele zu EE_b, so schneidet diese die Linie $E_b G_b^k$ im gesuchten Punkt H_b.

Aus b_E und b_H kann dann (ebenso wie aus v_E und v_H die Geschwindigkeit v_J) die Beschleunigung b_J nach Fig. 7 mit Zirkel und Lineal, bzw. Proportionalzirkel und Pauspapier, erhalten werden.

Geschwindigkeit v_J und Beschleunigung b_J könnte auch aus v_E und v_G^k sowie b_E und b_G^k erhalten werden. Aber da v_J und b_J für viele Stellungen untersucht werden müssen und G^k ein variabler Punkt der Kulisse ist, wird die Bestimmung mittels des Punktes H, der ein fester Punkt auf der Kulisse 4 ist, einfacher, umsomehr als die Kenntnis der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen des Punktes H ohnedies weiterhin nötig ist.

4. Kulissenschwinge LKM oder 9 (Fig. 14).

Gegeben: Geschwindigkeitsverhältnisse;
Beschleunigung b_J des Kulissensteines J, gleich JJ_b.
Gesucht: Beschleunigung von L (und M).

Die Verhältnisse sind genau die gleichen wie unter 3, mit dem einzigen Unterschied, daß hier die Beschleunigung b_K, welcher in Fig. 11 b_E entspricht, gleich Null ist. Die Ableitungen können deshalb direkt übernommen werden. Es gilt

$b_J = b_J$ mit 9 $+\!\!\succ$ b_J auf 9 $+\!\!\succ$ Coriolisbeschleunigung.

Hieraus: b_J mit $9 = b_J \longrightarrow$ Coriolisbeschleunigung $\longrightarrow$ b_J auf 9

und ferner: b_J mit $9 = b_J$ norm. um K $+\!\!\succ$ b_J tang. um K.

Die Richtungslinien von b_J auf 9 und b_J tang. um K
sind die 2 geometrischen Örter für J_b^k.

Die Beschleunigungen b_L und b_M sind parallel b_J^k und proportional dem Verhältnis ihres Drehpunktabstandes.

Die Beschleunigung des Schiebers *Sch* bzw. des Schieberstangengelenkpunktes ist

$$b_{Sch} = b_L \; +\!\!\succ \; b_{Sch} \text{ norm. um } L \; +\!\!\succ \; b_{Sch} \text{ tang. um } L$$

und verläuft, weil der Schieber geradegeführt ist, in der Schieberstangenmittellinie.

Der Summand b_{Sch} norm. um L, der auch bei endlicher, nicht zu geringer Schubstangenlänge sehr klein wird, ist bei der oben festgesetzten vereinfachenden Annahme ($l = \infty$) gleich Null, so daß sich b_{Sch} schließlich als die Horizontalprojektion von b_L darstellt.

Damit ist auch die der Arbeit zugrunde gelegte Methode der Beschleunigungsbestimmung dargetan.

III. Die Aufzeichnung der Geschwindigkeiten und Tangentialbeschleunigungen der Gelenkpunkte in Kurven.

A. Allgemeine Prinzipien.

Um einen Überblick über die kinematischen Verhältnisse eines Steuerungsgetriebes zu bekommen, hat man dasselbe für verschiedene Füllungen einzustellen, für eine Reihe aufeinanderfolgender Kurbelstellungen die Geschwindigkeiten und Beschleu-

nigungen der Gelenkpunkte oder sonstiger ausgezeichneter Punkte des Getriebes zu bestimmen und die gefundenen Werte in Schaulinien zu sammeln. Bei denjenigen Punkten, welche keine geradlinige Bewegung vollführen, zerfällt die Beschleunigung in eine mit der Geschwindigkeit parallel laufende Tangentialbeschleunigung und eine gegen den Krümmungsmittelpunkt der Bahn gerichtete Normalbeschleunigung.[1]) Die Tangentialbeschleunigung bestimmt die Größenänderung der Geschwindigkeit, die Normalbeschleunigung ihre Richtungsänderung. Da wir in den Kurven nur die absoluten Größenwerte der Geschwindigkeiten ohne Rücksicht auf deren Winkeländerung auftragen, kommen auch bei der Aufzeichnung der Kurven nur die Tangentialbeschleunigungen in Betracht. Was das Vorzeichen der Geschwindigkeit betrifft, so ist ohne weiteres klar, daß dasselbe bei fortlaufender Bewegung des Punktes in einer geschlossenen Bahn konstant bleibt, also z. B. positiv gewählt werden kann.

Es läßt sich nun (wie es z. B. auch Dafinger[2]) tut) allerdings auch eine schwingende Bewegung als eine fortlaufende betrachten und infolgedessen die Geschwindigkeit derselben immer positiv auftragen. Im Interesse der geometrischen Kontinuität der Figuren wurde jedoch die Methode beibehalten, welche zwischen positiver und negativer Geschwindigkeit unterscheidet und bei oszillierenden Gliedern den Weg ebenfalls positiv und negativ rechnet.

Bei der Aufzeichnung der Kurven kann man in zweifacher Weise verfahren:

Man kann als Abszissen entweder den Weg oder die Zeit wählen. Letzteres Verfahren verdient den Vorzug und wurde deshalb durchwegs in der nachfolgenden Abhandlung angewandt. Es bietet verschiedene Vorteile:

1. Die Aufzeichnung der Wegkurven der einzelnen Gelenkpunkte der Steuerung, die mit Umständen verknüpft ist, wie mit der Ermittlung von Krümmungsmittelpunkten usw., kann in Wegfall kommen oder ist nur insoweit durchzuführen, als man überhaupt ein Bild von den Wegkurven haben will. Jedenfalls wird die zur Rektifikation der Geschwindigkeits- und Beschleunigungskurven unbedingt nötige Genauigkeit der Aufzeichnung der Wegkurven entbehrlich. Ein Wegdiagramm ist eigentlich nur für den Schieber erforderlich. Es läßt sich in unserem Koordinatensystem auch ohne viele Zwischenpunkte mit großer Genauigkeit darstellen, weil Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, infolgedessen Tangenten und Krümmungsmittelpunkte (Verfahren von d'Ocagne, s. u.) gegeben sind.

2. Die Kurvengrundlinien werden alle gleich lang, was, abgesehen von der zeichnerischen Vereinfachung, einen viel besseren Vergleich der einzelnen Kurven ermöglicht. Da die Kurbelgeschwindigkeit konstant angenommen wurde, stellen die Abszissen zugleich auch die Kurbelwinkel dar. Es können infolgedessen für jede beliebige Kurbelstellung sofort die zugehörigen Kurvenwerte gefunden werden. Insbesondere läßt sich auch die zeitliche Aufeinanderfolge sowie das eventuelle gegenseitige Zusammentreffen der Beschleunigungsmaxima und -minima der verschiedenen Glieder gut ersehen.

[1]) Aus der Normalbeschleunigung und der Geschwindigkeit kann umgekehrt nach Fig. 9 Taf. II der Krümmungsmittelpunkt der Bahn festgestellt werden.

[2]) S. Dafinger, a. a. O., S. 135.

3. Die Beschleunigungskurve über der Zeit als Abszisse ist die Differentialkurve zu der in gleicher Art aufgetragenen Geschwindigkeitskurve oder umgekehrt ist die Geschwindigkeitskurve die Integralkurve zur Beschleunigungskurve, und ebenso ist die orthogonale Wegkurve die Integralkurve der Geschwindigkeitskurve. Es gelten demnach zwischen diesen Linien alle die Beziehungen, wie sie Abdank-Abakanowicz angibt. [1])

Durch die Ordinate der Beschleunigungskurve wird

1. die Tangente der Geschwindigkeitskurve und 2. der Krümmungsmittelpunkt der Wegkurve bestimmt.

Es sei mit Z die Ordinate der Beschleunigungskurve bezeichnet, mit y die der Geschwindigkeitskurve, mit u diejenige der Wegkurve, sowie mit x die Abszisse. Ferner seien folgende Maßstabkoeffizienten gegeben:

1 m der Zeichnung $= \alpha$ m der Wirklichkeit

1 m - - $= \beta$ m/sec [Dimension des Faktors $\beta = \frac{1}{\text{sec}}$, von $\gamma = \frac{1}{\text{sec}^2}$ und von $\delta = \frac{\text{sec}}{\text{m}}$, α ist dimensionslos.]

1 m - - $= \gamma$ m/sec^2

1 m - - $= \delta$ sec.

Ist s der Weg, t die Zeit, v die Geschwindigkeit und b die Beschleunigung, so haben wir die Definitionsgleichungen

$$\text{I.}\ \frac{dv}{dt} = b \quad \text{und II.}\ \frac{ds}{dt} = v.$$

Wir können nun folgende Substitutionen machen

$$\text{I.}\ \frac{dy \cdot \beta}{dx \cdot \delta} = z \cdot \gamma \quad \text{oder} \quad \frac{dy}{dx} = tg\,\varphi = \frac{z}{\left(\frac{\beta}{\gamma \cdot \delta}\right)} = \frac{z}{e}$$

und

$$\text{II.}\ \frac{du \cdot \alpha}{dx \cdot \delta} = y \cdot \beta \ \text{oder} \ \frac{du}{dx} = tg\,\varphi = \frac{y}{\left(\frac{\alpha}{\beta \cdot \delta}\right)} = \frac{y}{e'}$$

Aus der Gleichung

$$b = \frac{v^2}{r}$$

ergibt sich die Dimension von

$$\gamma = \frac{\beta^2}{\alpha};$$

demnach ist die Zeiteinheit e ausgedrückt durch die Länge von

$$\frac{\beta}{\gamma \cdot \delta} = \frac{\alpha}{\beta \cdot \delta} = e' \ (\text{m})$$

Trägt man (Fig. 15 Taf. III) auf der Abszissenachse, am besten vom Koordinatenanfangspunkt aus, die Strecke e nach links ab und projiziert y und z nach y' und z', so gibt $\measuredangle\ \varphi$ die Neigung der Geschwindigkeitstangente und $\measuredangle\ \psi$ die Neigung der Wegtangente.

[1]) Abdank-Abakanowicz, Die Integraphen, Leipzig 1889, S. 141 u. ff.

Um den Krümmungsmittelpunkt für den Punkt u der Wegkurve zu erhalten verfährt man nach d'Ocagne[1]) folgendermaßen: Durch die Parallele zu Py im Endpunkt A der Subtangente von y bestimmt man auf der Normalen der Wegkurve den Punkt A'. Ferner zieht man $A'Q$ unter dem Winkel ψ und erhält auf Py den Punkt Q. Die Horizontale durch Q schneidet die Normale uR im Krümmungsmittelpunkt R.

Wenn die Beschleunigungskurve gegeben ist, so lassen sich Geschwindigkeits- und Wegkurve in einfacher Weise als Seilkurven finden. Eventuell kann die Wegkurve direkt aus der Beschleunigungskurve konstruiert werden. Die Größe e entspricht dem Horizontalzug (Fig. 16).

Es gelten ferner folgende Beziehungen:

a) Jedem Schnittpunkt der Beschleunigungskurve mit der Abszissenachse entspricht ein Maximum oder Minimum der Geschwindigkeitskurve und ein Inflexionspunkt der Wegkurve.

b) Jedem Schnittpunkt der Geschwindigkeitskurve mit der Abszissenachse entspricht ein Maximum oder Minimum der Wegkurve.

c) Jedem Maximum oder Minimum der Beschleunigungskurve entspricht ein Inflexionspunkt der Geschwindigkeitskurve.

Für die Aufzeichnung der Kurven sind diese Beziehungen von großem Werte.

Benützt man die Wege als Abszissen, so werden die Verhältnisse wesentlich anders. Die Kurven der Fig. 16 verwandeln sich dann in die der Fig. 17 oder, wenn man Geschwindigkeiten und Wege nur positiv rechnet und auf die geometrische Kontinuität verzichtet, in die der Fig. 18.

Letztere Figur entsteht übrigens aus Fig. 17 durch Drehung des betreffenden Teils der Kurven um den Geschwindigkeitsnullpunkt um 180°.

Auch hier ist eine Tangentenkonstruktion leicht möglich. Aus den Definitionsgleichungen erhält man:

$$\operatorname{tg} x = \frac{dv}{ds} = \left(\frac{dv}{dt}\right) \cdot \left(\frac{dt}{ds}\right) = \frac{b}{v}$$

und unter Zugrundelegung der früheren Maßeinheiten:

$$\frac{\beta \cdot dy}{\alpha \cdot du} = \frac{\gamma \cdot z}{\beta \cdot y} \text{ und } \frac{dy}{du} = \frac{z}{y}.$$

Statt der konstanten Größe e kommt also hier in gleicher Weise die variable Größe y, d. h. die Geschwindigkeitsordinate in Verwendung, was jedenfalls keine Vereinfachung bedeutet.

Hieraus folgt auch, daß die Tangente der Geschwindigkeitskurve in deren Schnittpunkten mit der Beschleunigungskurve (bzw. dem Spiegelbild derselben hinsichtlich der Abszissenachse) unter 45° verläuft.

Die Beziehung: „Nullstelle der Beschleunigungskurve = Extremum der Geschwindigkeitskurve“ trifft auch hier zu, aber nur diese.

4. Aus

$$\frac{dy}{dx} = \frac{z}{e}$$

[1]) Ebenda, S. 160.

folgt

$$\frac{1}{e}\int_1^2 z \cdot dx = \int_1^2 dy = y_2 - y_1,$$

d. h. die Fläche der Beschleunigungskurve zwischen zwei Ordinaten 1 und 2 wird durch die Ordinatendifferenz der zugehörigen Geschwindigkeitskurve bestimmt

$$(F_z)_x = e \cdot (y_2 - y_1).$$

Der Index x soll die als Abszisse genommene Größe bezeichnen. Dehnen wir die Integration über den ganzen Kurbelkreis aus, so wird

$$(F_z)_x = 0.$$

Es ermöglicht dies eine bequeme Flächenkontrolle.

Ebenso wird die Fläche der Geschwindigkeitskurve zwischen den Ordinaten 1 und 2 durch die Differenz der entsprechenden Wegordinaten bestimmt. Da wir aber auf die Verzeichnung der Wegkurven, wie unter 1. erwähnt, im allgemeinen verzichten können, nützt uns diese Kontrolle nicht viel. Sie ist jedoch mit Vorteil anwendbar für oszillierende Glieder. Denn für diese wird bei einer ganzen Kurbelumdrehung ebenfalls

$$(F_y)_x = 0.$$

Nimmt man als Abszisse den Weg, so gilt folgendes:

$$b \cdot ds = \frac{dv}{dt} \cdot ds = dv \cdot v$$

und hieraus $z \cdot du = y \cdot dy$.

Die Fläche der Beschleunigungskurve zwischen den Abszissen 1 und 2 wird dann

$$(F_z)_u = \int_1^2 y \cdot dy = \frac{1}{2}(y_2^2 - y_1^2)$$

und für eine ganze Kurbelumdrehung

$$(F_z)_u = 0.$$

Für die Geschwindigkeitskurve ist eine analoge Flächenkontrolle in diesem Falle nicht vorhanden.

B. Anwendungen auf das Beispiel.

Bezüglich der Untersuchung der vorliegenden Steuerung ist folgendes zu bemerken:

Der Kurbelkreis wurde von vornherein nur in eine verhältnismäßig geringe Zahl gleicher Teile geteilt, nämlich 12. Für die wirkliche Verzeichnung der Kurven würden diese Punkte allein auch nicht annähernd genügen. Sie geben nur für flach gebogene Teile der Kurven befriedigende Genauigkeit. Dagegen war hiedurch die Möglichkeit gegeben, nach Bedürfnis in besonderen Lagen neue Zwischenpunkte einzuschalten, deren Annahme praktischer ist, als die anfängliche Wahl sehr vieler Kurbelkreisteilpunkte. Die Zahl dieser Zwischenpunkte stieg bis zu 30.

Die genaue graphische Bestimmung der Maxima und Minima der Beschleunigungskurven ist praktisch unmöglich, sowohl was deren Lage als deren Größe betrifft. Verhältnismäßig am genauesten wäre es, die Maxima und Minima so nahe als möglich durch Tangenten einzuschließen. Zur Bestimmung dieser Tangenten braucht man die

Beschleunigungen zweiter Ordnung, deren Auffindung nicht unmöglich ist, aber wegen ihrer reichlichen Kompliziertheit praktisch nicht in Frage kommt.

Auf die ganz präzise und exakte Feststellung der Extrema muß von vornherein verzichtet werden. Für die vorliegende Aufgabe erhalten wir dieselben mit genügender Genauigkeit, wenn wir die unter 3c und 4 genannten Beziehungen anwenden. Das Extremum wird durch Zwischenordinaten so nahe als möglich eingeschlossen und die Neigung der zugehörigen Geschwindigkeitstangenten bestimmt (Fig. 19). Zwischen diesen beiden Tangenten läßt sich die Geschwindigkeitskurve annähernd genau eintragen, der Wendepunkt und seine Tangente durch Probieren finden und hieraus das Beschleunigungsextremum angeben. Die so erhaltene Beschleunigungskurve kann dann mit dem Planimeter (s. o. unter 4) auf ihre Flächengröße kontrolliert (Fig. 20) und gegebenenfalls modifiziert werden.

Zu den Geschwindigkeiten und Beschleunigungen läßt sich bei der vorliegenden Steuerung auch rechnerisch gelangen. Jedoch sind hierzu verschiedene vereinfachende Annahmen nötig. Fürs Erste ist die Bahn der Punkte G und E geradlinig anzunehmen.

Ist in dem Kurbelgetriebe $ABCD$ (Fig. 21) die Verbindungslinie zwischen dem Mittelpunkt der Bahn von C und dem Kurbeldrehpunkt A unter dem Winkel ν zur Horizontalen geneigt, ist ferner das Verhältnis $\frac{ED}{CD} = \frac{l_1}{l}$, so kann man bekanntlich[1]) unter der Annahme unendlicher Schubstangenlänge und gerader Bahn von E die Bewegung des Punktes E nach Fig. 21 ersetzen durch die Bewegung des Punktes E' eines zentrischen Schubkurbelgetriebes mit unendlich langer Flügelstange nach Fig. 22, bei dem der Kurbelradius $= r_B \cdot \frac{l_1}{l} \cdot \frac{1}{\cos \nu}$ und der Voreilwinkel $\delta_B + \nu$ beträgt. Ebenso darf man mit dem Punkt G verfahren (Punkt G in Fig. 23 und Punkt G' in Fig. 24). Man erhält so das Schema des Getriebes nach Fig. 25 und 26. Die Wege der Punkte E' und G', $s_{E'}$ bzw. $s_{G'}$ sind Funktionen des Kurbelwinkels. Somit ist man imstande, für das Achsensystem OXY die Abszissen und Ordinaten von H bzw. anderer Punkte der Stange EH als Funktion des Kurbelwinkels α und damit der Zeit t darzustellen:

$$x_H = f(t) \qquad y_H = \varphi(t);$$

nun ist

$$\frac{d x_H}{d t} = f'(t) = v_x \text{ und } \frac{d y_H}{d t} = \varphi'(t) = v_y.$$

Die Geschwindigkeit v_H des Punktes H wird dann ausgedrückt durch

$$v_H = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{f'(t)^2 + \varphi'(t)^2}.$$

Der Differentialquotient dieses Wertes liefert

$$\frac{d v_H}{d t} = b_H = \frac{f'(t) f''(t) + \varphi'(t) \varphi''(t)}{\sqrt{f'(t)^2 + \varphi'(t)^2}}.$$

Mit den in Fig. 26 angegebenen Bezeichnungen wird

$$x_H = f(t) = (k + s_{E'}) + HE' \cdot \frac{s_{G'} - k - s_{E'}}{\sqrt{a^2 + (s_{G'} - k - s_{E'})^2}}$$

[1]) Vgl. Zeuner, Die Steuerungen der Dampfmaschinen, Leipzig 1904, S. 44 ff.

und

$$y_{II} = \varphi(t) = HE' \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + (s_{G'} - k - s_{E'})^2}} - a.$$

Die Bestimmung der Beschleunigungen der Punkte der Stange EH auf rechnerischem Wege ist also in der betrachteten Weise angenähert möglich. Die erhaltene Endformel ist aber derart ausgedehnt, daß man nur dann auf sie zurückgreifen wird, wenn Maxima und Minima der Beschleunigungen bzw. deren zugehörige Kurbelwinkel genauer als es die zeichnerische Methode ermöglicht, ermittelt werden müssen.

Die Steuerung wurde für drei verschiedene Reglerstellungen untersucht:

für Maximalfüllung (43%),

- Mittelfüllung, d. h. mittlere Stellung des variablen Exzenters F (12%) und
- Nullfüllung.

Die Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Rückdruckgrößen für Nullfüllung wurden dem Verfasser von Herrn Professor Lynen-München zur Verfügung gestellt.

Im voraus ist noch folgendes zu bemerken. Durch die Schwingungen des Regulators um eine mittlere Lage verschiebt sich das geometrische Bild der Steuerung. Dadurch ändern sich naturgemäß die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Um deren Werte exakt festzustellen, müßte man diese Schwingungen bereits kennen, was nicht der Fall ist. Hier hilft uns nun wieder die vorweggenommene und später zu beweisende Tatsache, daß die Regulatorschwingungen nur sehr klein sind, daß infolgedessen die durch sie hervorgerufenen Änderungen unbedenklich zu vernachlässigen sind.

Ferner ist zu beachten, daß gemäß dem Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators die Maschine bei verschiedenen Füllungen mit verschiedener Tourenzahl läuft. Die Diagramme wurden dagegen sämtlich für eine gleiche Tourenzahl n_0, nämlich 160 pro Minute, aufgezeichnet. Will man die einer anderen Tourenzahl n_1 zugehörigen Werte erhalten, so hat man einfach einen anderen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsmaßstab anzulegen, nämlich

$$\beta_1 = \left(\frac{n_1}{n_0}\right) \cdot \beta \text{ und}$$

$$\gamma_1 = \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 \cdot \gamma.$$

Die Längen bzw. Wege wurden in natürlicher Größe aufgetragen.[1]) Für die Zeiten wurde willkürlich 1 sec = 48 cm gewählt. Es ergibt sich hieraus bei einer Tourenzahl $n_0 = 160$ eine Diagrammlänge von $\frac{60 \cdot 48}{160} = 18$ cm.

Die Dimensionen für Geschwindigkeit und Beschleunigung ergaben sich aus der Tourenzahl und der den Konstruktionen zugrunde gelegten Streckengleichheit von Exzenterradius und -geschwindigkeit zu

β = Winkelgeschwindigkeit $\omega = 16{,}755 \frac{\text{Winkeleinheiten}}{\text{Sekunde}}$ und

$\gamma = \beta^2 = 280{,}7.$

δ ist nach obigem $= \frac{1}{0{,}48}$; infolgedessen bestimmt sich die Größe e (Fig. 15 Taf. III) zu

[1]) In den beigegebenen Tafeln sind die Originalzeichnungen im Maßstab von rund 3:8 reduziert.

$$\frac{1}{\beta \cdot \delta} - \frac{0{,}48}{16{,}75} = 0{,}02865 \text{ m} = 28{,}65 \text{ mm}$$

für die Zeiteinheit.

Taf. IV stellt Geschwindigkeits- und Beschleunigungslinien für Maximalfüllung dar und zwar in Fig. 27—32 die den einzelnen ausgezeichneten Punkten zugehörigen Werte. Die Kurven für den Punkt L sind nahezu identisch mit denjenigen des Schiebers. Fig. 33 und 34 bringen dann noch zwei Schieberwegdiagramme, verzeichnet auf den Grundlagen des sogenannten Ellipsendiagramms bzw. des sogenannten Sinoidendiagramms, die schon in Fig. 3 und 4 der Taf. I angenähert konstruiert waren.

Taf. V zeigt die entsprechenden Geschwindigkeiten und Beschleunigungen für Mittelfüllung in Fig. 35—37.

In Taf. VI sind dann die Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerte für denjenigen Punkt des Getriebes, in welchem sie am größten sind, nämlich den Endpunkt H der Kulisse 4, für sämtliche drei Füllungen aufgezeichnet. Man sieht aus den Fig. 38, 39 und 40 deutlich, daß die Form der Kurven wenig differiert, daß die Maxima aber gegen die Nullfüllung zu rapid anwachsen, so daß sie trotz des vierfach reduzierten Maßstabes über das Zeichenblatt hinausfallen.

Die 4 Maximalwerte für die Beschleunigung des Punktes H betragen, soweit sie sich angenähert ermitteln ließen — ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen —, rund 300, 360, 460 und 480 $\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. Gemäß der Bemerkung auf S. 11 stellen diese Werte nur die Tangentialbeschleunigungen dar, die Totalbeschleunigungen (Tangential- $+\!\!\!\rightarrow$ Normalbeschleunigungen) sind infolgedessen noch größer.

Von einer Aufzeichnung der Kurven für die Nullfüllung wurde bei den übrigen Punkten des Getriebes abgesehen.

IV. Die Ermittlung der Beschleunigungsdrücke.

Eine homogene Stange AB von der Masse M weise an ihren beiden Endpunkten die Beschleunigungen $b_A = AA_b$ und $b_B = BB_b$ auf (Fig. 41 Taf. VII). Ist die Stange in zwangläufiger Weise geführt, so wird sie auf die Führungsorgane einen Druck ausüben. Dieser Druck ist gleich und entgegengesetzt gerichtet der Kraft, die die Beschleunigungen b_A und b_B erzeugt und die, falls die Stange AB einem Steuerungsgestänge angehört, von der Kurbelwelle abgeleitet wird. Diese Kraft (Aktion) hat für die vorliegende Untersuchung keine Bedeutung, dagegen haben wir uns zu beschäftigen mit ihrer Reaktion, da letztere den Rückdruck auf den Regulator verursacht.

Nach dem d'Alembertschen Prinzip kann der dynamische Zustand eines Systems auf einen statischen zurückgeführt werden, wenn man die entsprechenden Trägheitskräfte, die den Beschleunigungen entgegengesetzt sind, an dem Körper anbringt.[1]) Da sich die Beschleunigung eines jeden Punktes der Stange AB aus zwei zu b_A und b_B parallelen Komponenten zusammensetzt, läßt sich auch jede Differentialträg-

[1]) S. Dafinger, a. a. O.

heitskraft in zwei solche Komponenten spalten.[1]) Die zu b_A parallelen Kraftkomponenten, deren Gesamtheit durch das Dreieck $A_0 AB$ dargestellt wird, kann man zu einer Resultierenden P^A vereinigen, deren Größe gleich dem Dreiecksinhalt $= \frac{M}{2} \cdot b_A$ ist und deren Angriffspunkt C um die Länge $AC = \frac{1}{3} AB$ von A entfernt ist. Analog ergibt sich P^B. Hieraus erhält man dann den gesamten Druck der Stange AB zu $P = P^A + P^B$.

Ist die Masse M nicht gleichmäßig über die Stange AB verteilt, wie in Fig. 41 angenommen und ebenfalls in Fig. 42 angedeutet ist, so ändern sich die Verhältnisse. Fig. 43, 44 und 45 stellen drei andere Fälle der Verteilung nebst den entsprechenden Kräften dar. Inwieweit Kraftgröße und Kraftrichtung von der Massenverteilung abhängig sind, zeigt am besten das Beispiel in Fig. 46. Hier ist

K_1 die Trägheitskraft bei gleichförmiger Verteilung der Masse über den ganzen Stab,
K_2 bei gleichförmiger Verteilung auf die beiden Enden,
K_3 - proportionalem Anwachsen von B nach A,
K_4 - - - - A - B,
K_5 - - - nach der Mitte,
K_6 (zufällig $= K_1$) bei Anbringung der gesamten Masse in der Mitte des Stabes.

Vorausgesetzt ist hierbei, daß die Masse nur längs der Linie AB angeordnet ist.

In der vorliegenden Arbeit wurden alle Steuerungsglieder als einfache Stangen mit gleichförmig verteilter Masse behandelt (analog dem Vorgang von Dafinger) und die in der Tabelle in Fig. 47 auf Taf. VII angegebenen Gewichte zugrunde gelegt. Selbst bei dem Stück EJH wurde eine Massenverteilung längs EH angenommen. Bei den Gewichten ist eine Vereinfachung ferner in der Weise getroffen worden, daß Kulissensteine, Zapfen usw. sinngemäß zu den Gliedern geschlagen wurden, mit denen sie sich bewegen.

Mit den aus dem Früheren erhaltenen Beschleunigungen ist man nun imstande, für jedes Glied in den verschiedenen Lagen die Trägheitskräfte zu konstruieren.

Gegeben: Gewicht der Stange $= G$ kg,
$b =$ Länge der Beschleunigung des einen Endpunktes in cm,
ferner Maßstab: 1 m der Zeichnung $= \gamma$ m/sec^2 [$\gamma = 280$].

Dann beträgt die der einen Beschleunigung entsprechende Trägheitskraft

$$P_1 = \frac{G}{g} \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot \gamma \cdot \frac{1}{100}$$
$$= b \cdot \left\{ \frac{G \cdot \gamma}{9{,}81 \cdot 200} \right\} = b \cdot \left\{ 0{,}143\ G \right\}.$$

Die Klammergröße rechnet man sich am besten von vornherein für alle Glieder aus: $= k$. Man hat dann nur die Beschleunigung in cm abzumessen und mit dem zugehörigen k zu multiplizieren, um direkt die Kraft P_1 zu erhalten.

[1]) Vgl. Tolle, Regelung der Kraftmaschinen, S. 40.

A. Die Reduktion der Kräfte.

Die erhaltenen Beschleunigungsdrücke sind nun auf die Mittelpunkte des beweglichen und festen Exzenters zu reduzieren; denn von diesen beiden Punkten aus erhält die Steuerung ihren Antrieb. Würde die Bewegung des Gestänges nur durch einen einzigen Punkt eingeleitet werden, wie etwa bei einer gewöhnlichen einfachen Schiebersteuerung, so ließe sich hierzu in einfacher Weise das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten benützen.

Im folgenden soll für jedes Glied des betrachteten Steuerungsgetriebes gezeigt werden, wie eine daran angreifende Kraft weiterzuleiten ist. Hier ist, entgegen dem Verfahren bei Ermittlung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, bei dem vom Exzenter kinematisch am weitesten entfernten Glied zu beginnen.

1. Kulissenschwinge LKM oder 9 (Fig. 48).

Als erstes Glied käme eigentlich der Schieber mit samt seiner Lenkerstange 8 in Betracht. Dabei ist aber keine weitere Kräftezerlegung nötig, nachdem alle vom Schieber kommenden Kräfte direkt im Punkte L der Schwinge 9 angreifen.

Gegeben: Trägheitskraft P^{9L}.[1])

Die Kraft P^{9L} kann nur nach zwei Punkten weitergeleitet werden, nach dem festen Drehpunkt K und nach dem Kulissenstein J. Letzterer kann aber nur Kräfte aufnehmen senkrecht zur Kulisse. Man hat demnach folgendermaßen zu verfahren: P^{9L} wird verlängert bis zum Schnitt Q mit der Senkrechten zur Kulisse JQ. Kraft P^{9L} wird nach Q verschoben und kann nun in 2 Komponenten nach QK und QJ zerlegt werden. P_K^{9L} wird direkt von dem festen Punkt K aufgefangen, während P_J^{9L} nach Glied 4 weitergeht. Der Schnittpunkt Q ist für viele Fälle, z. B. für die vom Schieber kommenden Kräfte P^8 nicht zugänglich. Dann muß man, um die Kraft P_J^8 zu bekommen, den Momentensatz zu Hilfe nehmen. Die zu KL senkrechte Komponente von P^8 wird nach JV parallel verschoben, VK verlängert, bis es die Verlängerung der genannten Komponente in W schneidet. LW stellt dann die Größe der Kraft P_J^8 dar und braucht nur parallel verschoben zu werden. Um P_K^8 kümmern wir uns im vorliegenden Fall nicht weiter, doch kann dasselbe einfach aus dem in der Figur angedeuteten Kräftedreieck $JP^8P_J^8$ entnommen werden.

2. Kulisse 4: EH (Fig. 49).

Im Punkte J sei eine Kraft P_J gegeben. Diese Kraft kann sich nur nach Punkt E und Punkt G fortpflanzen. Die in G weitergeleitete Kraft muß senkrecht zur Kulisse EH sein, da der Kulissenstein G eine Kraft in anderer Richtung nicht aufnehmen kann. Wir erhalten also, analog wie in Fig. 48, ein Kräfteparallelogramm, das uns P_E und P_G liefert. Für eine Kraft, die nicht in J angreift, sondern in irgend einem anderen Punkt, bleibt das Verfahren genau das gleiche.

3. Schwinge 3: ED (Fig. 50).

---

[1]) Durch den ersten Exponenten soll das betrachtete Glied, durch den zweiten der Punkt, dem die Trägheitskraft zugeordnet ist, dargestellt werden, während der Index den Punkt, auf welchen die Kraft reduziert wird, bedeutet.

Die in E angreifende Kraft wird durch den festen Punkt D und die Exzenterstange BC aufgenommen. Da aber letztere nur Kräfte in ihrer Längsrichtung aufnehmen kann, ergibt sich folgende Konstruktion: P_E wird nach seinem Schnittpunkt S mit der Exzenterstange BC verlegt und kann nun in seine zwei Komponenten zerfällt werden, deren eine in Richtung SD fallende den Zapfendruck P_D darstellt, während die andere in Richtung der Exzenterstange fallende direkt vom Exzentermittelpunkt B aufgenommen wird. Ebenso verfährt man mit Kräften, die in anderen Punkten von ED angreifen.

4. Schwinge GD.

Das Verfahren, das dem unter 3 entspricht, vereinfacht sich hier dadurch, daß Punkt S eo ipso mit G zusammenfällt, daß also P_G nur nach FG und GD zu zerlegen ist (Fig. 50a).

5. Exzenterstange *2:* BC (Fig. 51).

An der Exzenterstange BC greife die Kraft P^2 an. Diese Kraft kann aufgenommen werden vom Exzentermittelpunkt B, den wir uns, da er als Antriebsglied beliebige Kräfte aufnehmen kann, fest denken können, sowie von der Schwinge CD, von letzterer aber nur in Richtung CD. Wenn der Schnittpunkt von P^2 und CD unzugänglich ist, wie in der Zeichnung angenommen, kann man sich helfen, indem man eine Hilfskraft p zu P^2 addiert und hernach in B wieder subtrahiert. Der Schnittpunkt R von $P'^2 = P^2 + p$ mit CD ist dann zugänglich. Man verschiebt P'^2 nach R und zerlegt es in die Komponenten P'^2_B und P'^2_D. Subtrahiert man dann in B von P'^2_B wieder die Hilfskraft p, so ergibt sich die gesuchte Kraft P^2_B.

Nach den beschriebenen Methoden können somit alle Kräfte nach den beiden Exzentermittelpunkten B und F reduziert werden.

Bezüglich der Kräftereduktion kann man in zweifacher Weise verfahren: Man kann entweder an jedem einzelnen Glied die Einzelkräfte sammeln und sie vereint weiterleiten oder man kann die resultierende Trägheitskraft jedes einzelnen Gliedes für sich behandeln. Erstere Methode ist einfacher, die letztere hat jedoch den Vorteil, daß sie den Einfluß der verschiedenen Glieder deutlich zur Darstellung bringt und beim Aufzeichnen der Rückdruckkurve, die sich aus einzelnen übereinandergelagerten Drücken von etwas weniger komplizierter Funktion darstellt, eine größere Genauigkeit ermöglicht. Es wurde deshalb das letztere Verfahren gewählt.

Die oben beschriebene Kräftezerlegung hat zur stillschweigenden Voraussetzung, daß die Reibungen in den Gelenken und Kulissen vernachlässigt werden können, daß also der Wirkungsgrad des ganzen Getriebes = 100 % wäre. Diese Vernachlässigung wäre nicht absolut nötig gewesen. Denn unter Anwendung der Lehre vom Reibungswinkel und Zapfenreibungskreis, wie sie z. B. Gustav Hermann[1]) ausgebildet hat, wäre eine graphische Ermittlung der Rückdrücke unter Berücksichtigung der Reibungen leicht möglich gewesen. Aber wenn man bedenkt, daß schon die Annahme der Steuerungsglieder als homogene Stangen im Schlußresultat absolute Genauigkeit ausschließt, erscheint hier die Einführung von ohnehin problematischen Reibungswerten

[1]) Vgl. Gustav Hermann, Zur graphischen Statik der Maschinengetriebe, Braunschweig 1879.

zwecklos und es genügt, wenn wir uns erinnern, daß die Rückdrücke in Wirklichkeit etwas größer sind, als sie unsere Konstruktion liefert.

Eine Reibung jedoch kann nicht vernachlässigt werden, nämlich die Schieberreibung. Es ist aber von vornherein ausgeschlossen, hierüber genauere Angaben zu machen, denn bekanntlich hängt die Größe der Schieberreibung von einer Reihe unkontrollierbarer Faktoren ab und ist bei manchen Schiebern beständigem Wechsel unterworfen.[1]) Immerhin können wir sie einigermaßen berücksichtigen. Die vorliegende Maschine besitzt einen Kolbenschieber, also einen Schieber, dessen Spiegeldruck von der Höhe der Dampfspannung selbst nahezu unabhängig ist, wenn man den Einfluß der Temperaturen zunächst nicht ins Auge faßt, die ja ihrerseits wieder von der Dampfspannung abhängen. Wir können infolgedessen, ohne allzuweit fehl zu gehen während des Beharrungszustandes für einen kürzeren Zeitraum annehmen, die Größe der Schieberreibung sei für jede Schieberstellung konstant und zwar gleich einer Kraft W. Ändern sich die Schmierungsverhältnisse usw., so soll die Kraft W in eine andere aber ebenfalls konstante Kraft W_1 übergehen, eventuell in W_2, W_3 u. s. f. Die Kraft W bzw. W_1, die ihre Richtung, nicht aber ihre Größe ändert (während einer kürzeren Zeit), gibt an den beiden Exzentermittelpunkten Rückdrücke.

Die Ordinaten dieser Rückdruckkurven sind abhängig von W bzw. W_1. Die Form der Kurven ist dagegen nur abhängig von dem geometrischen Bild der Steuerung.

Wie schon am Eingang der Arbeit erwähnt, ist für die vorliegende Resonanzuntersuchung lediglich die Form der Rückdruckkurven maßgebend, nicht aber die absolute Größe des Rückdruckes, abgesehen davon, daß die Größe des Reibungsrückdruckes auch für die Gleichgewichtsstellung des Reglers von Bedeutung ist. Um zu erkennen, ob die Schieberreibung auf die Regulatorresonanz Einfluß hat, ist es also genügend, für die konstante Größe W einen beliebigen Schätzungswert einzuführen.

Die Ermittlung der Schieberrückdrücke wurde in folgender Weise vorgenommen:

Am Schieber denkt man sich eine konstante Kraft, beispielsweise 10 kg, ständig horizontal nach links wirken (etwa einen Gewichtszug). In jeder Stellung der Kurbel ergibt sich an den Exzentern je eine entsprechende Kraft. Sammelt man die Tangentialkomponenten dieser Exzenterkräfte in Kurven, so stellen diese Kurven die „Einflußkurven“ der Schieberkräfte dar, und man ist imstande, für jede Kurbelstellung den Rückdruck einer beliebigen Schieberkraft durch einfache Multiplikation aus der entsprechenden Ordinate der Einflußkurve zu erhalten.

In Taf. VIII sind in Fig. 52 die Einflußkurven für Maximalfüllung für eine am Schieber konstant nach links wirkende Kraft von 10 kg gezeichnet.[2]) Reduziert man die Einflußkurve in F auf B, was durch einfache Vergrößerung ihrer Ordinaten im Verhältnis $\frac{r_F}{r_B} = \frac{56{,}2}{38{,}2} = 1{,}47$ geschieht, und addiert die Ordinaten, so erhält man die auf den Punkt B reduzierte „Gesamteinflußkurve“ (Fig. 53). Ist Q die am Schieber

[1]) Vgl. Camerer, Vers. über die Reg. d. Ridersteuerung, Z. d. V. d. I. 1899, S. 1453.

[2]) Maßstab für die Abszissen: 1 sec = 18,4 cm;
für die Ordinaten: 1 kg = 0,383 cm.

angebrachte konstante Kraft von 10 kg, P die entsprechende reduzierte tangentiale Gesamtkraft in B, so muß nach dem Satz von den virtuellen Geschwindigkeiten

$$Q \cdot v_{Sch} = P \cdot v_B$$

sein, wenn v_{Sch} die Schiebergeschwindigkeit bezeichnet, oder

$$P = Q \cdot \frac{v_{Sch}}{v_B}.$$

Da nun Q und v_B konstant sind, folgt

$$P = k \cdot v_{Sch},$$

d. h. die Gesamteinflußkurve in B ist ordinatenweise proportional der Schiebergeschwindigkeitskurve. Speziell ist für den Maßstab 1 cm = 1 kg

$$P^{cm} = \frac{10}{3{,}82} \cdot v_{Sch}^{cm} = 2{,}62 \; v_{Sch}^{cm} \text{ (Fig. 32 Taf. IV und 53).}$$

Schon hieraus ist zu ersehen, daß sich die Flächen der Gesamteinflußkurve zu Null ergänzen müssen, was auch aus der Überlegung erhellt, daß die Kraft Q während einer vollen Kurbelumdrehung die Arbeit Null leistet.

Aus den gewonnenen Einflußkurven kann nun sowohl die auf die beiden Exzenter reduzierte Schieberreibung (inkl. Stopfbüchsenreibung) als auch die Rückwirkung der Schiebermassen in einfacher Weise ermittelt werden.

Unter Annahme konstanter Schieberreibung ergibt die Einflußkurve direkt die absolute Größe der Reibungsrückwirkung. Da unsere Kurven so gezeichnet sind, daß die nach links gerichteten Schiebergeschwindigkeiten und -beschleunigungen sowie die nach links wirkenden Kräfte positiv aufgetragen wurden, so stellen die Einflußkurven in denjenigen Punkten, in welchen die Geschwindigkeit nach rechts geht, direkt die Reibungsrückdrücke dar. Für die übrigen Punkte muß eine Umklappung um die Abszissenachse vorgenommen werden (Fig. 54 und 55), welche die Kurven diskontinuierlich gestaltet, wie es bei Reibungskurven der Fall zu sein pflegt. Die beiden Reibungskurven können auch auf den Exzentermittelpunkt B reduziert werden (Fig. 56). Der auf den Punkt B reduzierte gesamte mittlere Reibungsdruck hat dann die Größe

$$W_B = w_B + \frac{r_F}{r_B} \cdot w_F,$$

wenn w_B und w_F die mittleren Reibungsrückdrücke an den beiden Exzentermittelpunkten sind.

W_B ist kontrollweise auch zu erhalten aus der Arbeitsgleichung für eine Kurbelumdrehung:

$$W_B = \frac{W_{Sch} \cdot s_{Sch}}{2 \cdot \pi \cdot r_B},$$

wobei W_{Sch} den konstanten Schieberreibungswiderstand und s_{Sch} den absoluten Schieberweg während einer Kurbeldrehung bezeichnet, der aus dem Schieberwegdiagramm (Fig. 33 und 34 Taf. IV) oder aus dem Steuerungsschema entnommen werden kann.

Im vorliegenden Fall (Maximalfüllung) ergab sich W_B durch Planimetrieren zu 8,36 kg und aus obiger Gleichung zu 8,43 kg.

Jetzt bräuchten wir eigentlich nicht mehr bei der Annahme konstanter Schieberreibung stehen zu bleiben. Die Einflußkurven (und die für konstanten Schieberwiderstand geltenden Reibungskurven) helfen uns auch für jedes andere Reibungsgesetz. Wir können mit Hilfe unserer früheren Weg- und Geschwindigkeitskurven den Verlauf der Reibung, auch wenn sie uns nicht direkt als Funktion der Zeit gegeben ist, mit Leichtigkeit in unserem gewohnten Zeitdiagramm darstellen. Dann braucht man nur das Reibungszeitdiagramm mit der Einflußkurve oder der Reibungskurve für konstanten Schieberwiderstand durch ordinatenweise Multiplikation geeignet zu kombinieren, um die Rückwirkungskurven der Schieberreibung für ein beliebiges Reibungsgesetz zu erhalten.

Die Verwendung der Einflußkurven zur Ermittlung der Massenrückdrücke des Schiebers (immer inkl. Schieberstange und Koppel 8 gerechnet) scheint einen unnötigen Umweg zu bedeuten, gewährt aber einen kleinen zeichnerischen Vorteil, weil man zur Bestimmung dieser Drücke lediglich die Einflußkurven, die wegen der Reibung ohnehin bestimmt werden müssen, und die Schieberbeschleunigungskurve benötigt, während man der unbequem großen Zeichnungen der Steuerung in ihren verschiedenen Stellungen dann weiterhin entraten kann.

Da der Massenbeschleunigungsdruck des Schiebers genau proportional der Schieberbeschleunigung ist, kann, wenn man von dem umgekehrten Vorzeichen absieht, die Schieberbeschleunigungskurve direkt als Massendruckkurve aufgefaßt werden, und es ist leicht einzusehen, daß die entsprechenden Rückdruckkurven aus Beschleunigungsdiagramm (Fig. 32 Taf. IV, Diagramm f. L, für Schieber nicht gez.) und Einflußkurven (Fig. 52 und 53) durch einfache ordinatenweise Multiplikation unter Einschaltung der zugehörigen Maßstabkonstanten zu erhalten sind.

Die Massenrückdrücke an den Exzentermittelpunkten setzen sich zusammen aus den Teilrückdrücken, welche die einzelnen Steuerungsglieder ausüben. Deren Einzeluntersuchung erscheint sehr lehrreich für die Erkenntnis der dynamischen Verhältnisse der Steuerung.

Zunächst ist folgendes zu beachten:

Nicht alle Steuerungsteile wirken durch ihre Massen- bzw. Reibungskräfte auf beide Exzenter zurück. Wir haben Glieder zu unterscheiden, welche nur auf Exzenter F und damit auf den Regulator Einfluß haben, ferner solche Stangen, die nur zu dem festen Exzenter B Kräfte leiten, und endlich Systeme, deren Wirkungen sich auf die beiden Exzenter verteilen.

Diejenigen Steuerungsglieder, deren Einfluß sich nur auf eines der beiden Exzenter erstreckt, ergeben Rückdruckkurven, deren Flächen oberhalb und unterhalb der Abszissenachse sich zu Null ergänzen müssen.

Es sind dies die folgenden Glieder:

Exzenterstange 2 und Schwinge 3 für Exzenter B, und

Exzenterstange 6 und Schwinge 7 für Exzenter F.

Anders verhält es sich mit den drei andern Systemen: Kulisse 4, Doppelhebelkulisse 9 und Schieber mit Zubehör.

Jeder dieser Teile ergibt für Punkt B und für Punkt F je eine Rückdruckkurve Die Flächen der einzelnen Kurven heben sich nicht auf. Reduziert man dagegen die sämtlichen Rückdrücke auf eines der beiden Exzenter, beispielsweise auf das feste Exzenter B, so erhält man die gesamten auf die Maschinenwelle wirkenden Rückdrücke, welche während eines Doppelhubes der Maschine ebensowenig wie etwa das Schwungrad eine positive oder negative Gesamtarbeit leisten können, demnach in der Diagrammfläche sich zu Null ergänzen müssen. Es handelt sich hier, ebenso wie beim Schwungrad, nur um eine Energiewanderung von der Welle ins Steuerungsgestänge und vom Steuerungsgestänge zur Triebwelle zurück, wenn man von der gesondert betrachteten Reibung absieht.

Tafel IX zeigt nun die auf das Exzenter F einwirkenden tangentialen Massendrücke nach den einzelnen Gliedern geordnet und in ihrer Gesamtsumme und zwar für Maximalfüllung (Maßstab: 1 kg = 0,383 cm).

Fig. 57 stellt den Rückdruck des Gliedes 4 oder EH dar, das, wie wir wissen, eine peitschenschnurartige Bewegung vollführt und dessen Beschleunigungen weitaus die größten des ganzen Steuerungsgetriebes sind. Daher kommt es, daß auf dieses Glied, trotzdem es bei weitem das leichteste ist (1,48 kg) der Hauptanteil am Rückdruck entfällt. Fig. 58 zeigt die Massendruckkurve für den Schieber (inkl. Stange 8) und Fig. 59 die ganz ähnliche für die Kulissenschwinge LKM. Die Flächen der Fig. 57, 58 und 59 ergänzen sich nicht zu Null.

Ziemlich reine Sinoiden sind die der Exzenterstange FG und der Schwinge GD zugehörigen Diagramme (Fig. 60 und 61). Diese letzteren beiden müssen, wie die Zeichnung bestätigt, den Flächeninhalt Null ergeben.

Fig. 62 zeigt die addierte Gesamtrückdruckkurve für Maximalfüllung.

Auf Tafel X sind in Fig. 63, 64 und 65 im gleichen Maßstab die Massendruckkurven im Punkte B für die Glieder 4, 9 und den Schieber gezeichnet, deren Flächen sich nicht zu Null ergänzen. Außerdem sind in Fig. 66 bis 68 die gesamten (an F und B wirkenden) Massenkräfte jedes dieser Glieder, bezogen auf den Mittelpunkt B des festaufgekeilten Exzenters dargestellt, in Kurven, die, wie es nach dem oben gesagten vorauszusehen war, in der Tat mit bedeutender Genauigkeit einen Flächeninhalt gleich Null einschließen.

Eine weitere Tafel (Taf. XI) gibt die F-Werte für Mittelfüllung, in gleicher Weise spezialisiert, jedoch ohne Kontrolle durch die B-Kurven (Maßstab: 1 kg = 0,075 cm).

Für Nullfüllung ist die entsprechende Rückdruckkurve, jedoch nicht mehr nach Steuerungsstangen gesondert und unterteilt, abgezeichnet, wie sie dem Verfasser von Herrn Professor Lynen zur Verfügung gestellt wurde (Fig. 75, ebenfalls auf Taf. XI; Maßstab: 1 kg = 0,0375 cm).

Somit ist der Verlauf des Rückdruckes in F für drei verschiedene Füllungen gefunden. Es läßt sich ferner noch durch Planimetrieren für diese Fälle je ein mittlerer Rückdruck finden, der für die Gleichgewichtsstellung des Regulators bzw. die genaue Tourenzahl, ebenso wie der oben bestimmte mittlere Reibungsrückdruck von Bedeutung ist.

Außer dem Massenrückdruck und Reibungsrückdruck kann gegebenenfalls noch ein Rückdruck in Frage kommen, der dadurch entsteht, daß die Schieberstange nicht auf beiden Seiten des Schieberkastens durchgeht, daß also deren Querschnitt unter Dampfbelastung steht. Bei vorliegender Steuerung ist das jedoch nicht der Fall.

Ein Rückdruck kommt auch infolge der Gewichtswirkung sämtlicher Teile zustande. Man hätte denselben schon bei der Beschleunigungsermittlung durch eine zusätzliche vertikale Beschleunigungskomponente von $9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ berücksichtigen können. Bedenkt man aber, daß die in Betracht kommenden Gewichte zum größten Teil entweder im Schieberspiegel oder in den Punkten K und D aufgefangen werden, so rechtfertigt sich deren Vernachlässigung.

B. Auflösung der Rückdruckkurven in Sinuslinien.

Um die Rückdrücke für die weitere Untersuchung verwerten zu können, müssen wir sie in eine analytische Form bringen. Das gelingt mittels Fourierscher Reihen.

Es gibt verschiedene Methoden, aus der graphisch gegebenen Kurve die Konstanten der Gleichung

$$y = A_0 + A_1 \cos x + A_2 \cos 2x + A_3 \cos 3x + \cdots\cdots$$
$$+ B_1 \sin x + B_2 \sin 2x + B_3 \sin 3x + \cdots\cdots$$

zu bestimmen.

Praktischer als die genaue Methode, welche die Integrale

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y \cos n x \, dx$$

und

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y \sin n x \, dx$$

mittels des Planimeters ermittelt, erscheint das von Prentiss[1]) angegebene (und von Runge[2]) vereinfachte) für die Praxis vollkommen genügende Verfahren, das diese Integrale mit Hilfe einer größeren Anzahl von Ordinaten löst. Es wurde deshalb hier gewählt.

Nach Prentiss lautet beispielsweise, wenn die Kurve durch 72 Ordinaten gegeben ist, und die Ordinaten durch ihre Nummern bezeichnet werden, die Formel für B_3:

$$B_3 = \frac{2}{72} [1{,}00 \{-(18 - 54)$$

[1]) R. W. Prentiss, Practikal application of Fourier's series to harmonic analysis, The Physical Review, New-York, Bd. 15, Nov. 1902, S. 257.

[2]) Vgl. Runge, Elektrot Zeitschrift 1905, S. 247; ferner N. N., Dinglers P. J. 1905, S. 813; (cf. außerdem zur allgemeinen Frage S. P. Thompson, The harmonic analysis of valve motions, Engineering Juli 1905, S. 36).

$$
\begin{aligned}
&\quad + (\ 6 - 42 + 30 - 66)\}\\
&+ 0{,}966\ \{-(17 - 53 + 19 - 55)\\
&\quad + (\ 7 - 43 + 29 - 65)\\
&\quad + (\ 5 - 41 + 31 - 67)\}\\
&+ 0{,}866\ \{-(16 - 52 + 20 - 56)\\
&\quad + (\ 8 - 44 + 28 - 64)\\
&\quad + (\ 4 - 40 + 32 - 68)\}\\
&+ 0{,}707\ \{-(15 - 51 + 21 - 57)\\
&\quad + (\ 9 - 45 + 27 - 63)\\
&\quad + (\ 3 - 39 + 33 - 69)\}\\
&+ 0{,}500\ \{-(14 - 50 + 22 - 58)\\
&\quad + (10 - 46 + 26 - 62)\\
&\quad + (\ 2 - 38 + 34 - 70)\}\\
&+ 0{,}259\ \{-(13 - 49 + 23 - 59)\\
&\quad + (11 - 47 + 25 - 61)\\
&\quad + (\ 1 - 37 + 35 - 71)\}]
\end{aligned}
$$

Nach dieser Methode wurden die erhaltenen Kurven entwickelt. Es ergaben sich hierbei folgende Zahlenwerte:

1. Massenrückdruck

a) bei Maximalfüllung (unter Annahme von $n = 160/\text{min}$)

$$
\begin{aligned}
P_m^{kg} = 0{,}58 &+ (1{,}21 \cos \omega t + 2{,}34 \cos 2\omega t - 1{,}68 \cos 3\omega t\\
&+ 5{,}56 \cos 4\omega t - 0{,}03 \cos 5\omega t - 2{,}21 \cos 6\omega t\\
&+ 1{,}10 \cos 7\omega t + 0{,}36 \cos 8\omega t + 0{,}46 \cos 9\omega t + \cdots)\\
&+ (-0{,}92 \sin \omega t - 6{,}86 \sin 2\omega t + 2{,}07 \sin 3\omega t\\
&\quad + 0{,}06 \sin 4\omega t - 2{,}01 \sin 5\omega t + 2{,}49 \sin 6\omega t\\
&\quad + 0{,}99 \sin 7\omega t - 1{,}78 \sin 8\omega t - 0{,}075 \sin 9\omega t + \cdots)
\end{aligned}
$$

b) bei Mittelfüllung ($n = 160/\text{min}$ angenommen)

$$
\begin{aligned}
P_m^{kg} = 2{,}75 &+ (1{,}00 \cos \omega t - 9{,}09 \cos 2\omega t + 2{,}18 \cos 3\omega t\\
&- 11{,}58 \cos 4\omega t - 3{,}04 \cos 5\omega t + 5{,}00 \cos 6\omega t\\
&- 1{,}05 \cos 7\omega t + 6{,}34 \cos 8\omega t + 1{,}95 \cos 9\omega t + \cdots)\\
&+ (-0{,}69 \sin \omega t + 0{,}60 \sin 2\omega t + 2{,}04 \sin 3\omega t\\
&\quad - 8{,}14 \sin 4\omega t + 2{,}84 \sin 5\omega t - 13{,}14 \sin 6\omega t\\
&\quad - 3{,}12 \sin 7\omega t + 0{,}86 \sin 8\omega t - 5{,}76 \sin 9\omega t + \cdots)
\end{aligned}
$$

c) bei Nullfüllung ($n = 160/\text{min}$ angenommen)

$$
\begin{aligned}
P_m^{kg} = 1{,}80 &+ (6{,}01 \cos \omega t - 3{,}26 \cos 2\omega t - 6{,}44 \cos 3\omega t\\
&- 5{,}71 \cos 4\omega t - 5{,}84 \cos 5\omega t - 7{,}02 \cos 6\omega t\\
&- 5{,}78 \cos 7\omega t - 8{,}10 \cos 8\omega t + 2{,}70 \cos 9\omega t \cdots)\\
&+ (-1{,}41 \sin \omega t + 10{,}13 \sin 2\omega t + 0{,}82 \sin 3\omega t\\
&\quad + 11{,}0 \sin 4\omega t - 1{,}35 \sin 5\omega t + 10{,}28 \sin 6\omega t\\
&\quad - 0{,}35 \sin 7\omega t + 7{,}32 \sin 8\omega t + 0{,}71 \sin 9\omega t + \cdots)
\end{aligned}
$$

2. Schieberreibungsrückdruck für eine Reibung von beispielsweise 10 kg.
Für Maximalfüllung.

$$P_r^{kg} = -2{,}1 + (0{,}33 \cos \omega t + 2{,}24 \cos 2\,\omega t - 0{,}37 \cos 3\,\omega t - 0{,}28 \cos 4\,\omega t + 0{,}13 \cos 5\,\omega t - 0{,}52 \cos 6\,\omega t + 0{,}07 \cos 7\,\omega t + 0{,}01 \cos 8\,\omega t + 0{,}01 \cos 9\,\omega t + \cdots) + (-0{,}01 \sin \omega t - 0{,}73 \sin 2\,\omega t - 0{,}07 \sin 3\,\omega t + 1{,}24 \sin 4\,\omega t - 0{,}16 \sin 5\,\omega t - 0{,}22 \sin 6\,\omega t + 0{,}05 \sin 7\,\omega t - 0{,}25 \sin 8\,\omega t + 0{,}04 \sin 9\,\omega t + \cdots)$$

Für die zwei andern Füllungen wurde die Zerlegung der Schieberreibungskurve unterlasen.

Den Massendruckkurven liegt die Annahme einer Tourenzahl von $n = 160$ zugrunde. Für ein beliebiges n_1 sind die Koeffizienten mit $\left(\frac{n_1}{n}\right)^2$ zu multiplizieren.

V. Das Verhalten des Regulators.

1. Die wirklichen C-Kurven.

Die im vorigen Abschnitt ermittelten Reibungsrückdrücke sind als unabhängig von der Tourenzahl angenommen worden. Die Massenrückdrücke jedoch sind abhängig vom Quadrat der Tourenzahl. Beide Drücke beeinflussen nun die Gleichgewichtsstellungen des Regulators[1]) bzw. die Zentrifugalkraft- oder C-Kurven. Unter C-Kurven sollen hierbei nach dem Vorgang von Tolle[2]) diejenigen Linien verstanden werden, welche sich ergeben, wenn man über den Horizontalprojektionen des Pendelschwerpunktes als Abszissen die Horizontalkomponenten der auf den Pendelschwerpunkt reduzierten am Regulator wirkenden Kräfte (Gewichte, Federzüge) einzeln aufträgt, denen je durch einen entsprechenden Teilbetrag der Zentrifugalkraft C (C_g für das Pendelgewicht, C_q für das Hülsengewicht, C_f für eine Federspannung usw.) das Gleichgewicht zu halten ist. Unter C-Kurve schlechthin sei die Linie der gesamten Zentrifugalkraft $C = C_g + C_q + C_f + \cdots$ verstanden, während der Ausdruck „theoretische C-Kurve" darauf hinweisen soll, daß diese Kurve ohne Berücksichtigung von Reibungskräften und Massendrücken, die vom Steuerungsgestänge herrühren, aufgezeichnet ist.

Es sei also die theoretische C-Kurve eines beliebigen Kegelpendelregulators gegeben (Taf. XII, Fig. 76: $C - C$). Ferner sei bekannt die C-Kurve der mittleren Reibungsrückdrücke: $C_R - C_R$ und diejenige der mittleren Massenrückdrücke für eine Normaltourenzahl n_o: $C_M^0 - C_M^0$. Der Reibungsrückdruck wirke gegen die Spindel zu, der Massenrückdruck umgekehrt, d. h. ersterer entgegen und letzterer mit der Pendelzentrifugalkraft. Addiert man C und C_R, so erhält man eine Kurve C'. Der Kraft C' muß durch die Zentrifugalkraft C_C des Pendels zusätzlich der Massenrückdruckkomponente das Gleichgewicht gehalten werden, es muß also sein

$$C' = C_C + C_M$$

[1]) Vgl. Otto Schneider, Theorie der Flachregler, Z. d. V. d. Ing. 1895, S. 1256 ff.
[2]) Vgl. Tolle, a. a. O., S. 214.

Gilt C_C^0 und C_M^0 für die Tourenzahl n_o, so hat man für ein beliebiges n

$$C' = \left(\frac{n}{n_o}\right)^2 \{C_C^0 + C_M^0\} = \frac{C_C}{C_C^0} \cdot \{C_C^0 + C_M^0\}$$

Die Größe C_C^0 liefert in jeder Stellung die der Tourenzahl n_o entsprechende Astasielinie. Mit Hilfe der Gleichung für C' läßt sich C_C und damit n feststellen:

$$\frac{C_C}{C'} = \frac{C_C^0}{C_C^0 + C_M^0}$$

Hieraus ergibt sich die aus Fig. 76, Taf. XII ohne weiteres zu ersehende Konstruktion, bei der die Gerade $c_o - c_o$ die der Geschwindigkeit n_o zugehörige Astasielinie bezeichnet. Die wirkliche Größe des reduzierten Massenrückdruckes ist $C' - C_C$.

Genau die gleichen Betrachtungen gelten für Achsenregler, wobei nur an die Stelle der C-Kurven die $\mathfrak{M}$-Kurven treten.[1])

2. Die Masse.

Der Regulator führt gleichzeitig zwei voneinander streng zu unterscheidende Bewegungen aus:

a) eine Rotation um die Maschinenwelle,

b) eine Schwingung um den Pendeldrehpunkt.

Gemäß diesen beiden Bewegungen haben wir zwei Arten von Masse zu betrachten:

a) eine Zentrifugalkraft erzeugende Masse, die der Hauptsache nach im Schwerpunkt des Pendels konzentriert ist,

b) eine schwingende Masse, zu der auch die an der Oszillation des Regulators beteiligten Gestängemassen zu rechnen sind.

Die unter b) genannten Gestängemassen können auf das Pendel reduziert werden. Da das geometrische Bild der schwingenden Teile sich mit dem Regulatorausschlag und der Kurbeldrehung ändert, ist vor allem zu beachten, daß die reduzierte Masse des Regulators nicht konstant ist.

Während nach dem Satz von den virtuellen Verschiebungen Kräfte auf Grund der Gleichung

$$\Sigma P_n \cdot v_n = \text{konstant}$$

reduziert werden, ist bei der Reduktion der Massen die Formel

$$\Sigma M_n \cdot v_n^2 = \text{konstant}$$

bestimmend, wenn v in beiden Fällen virtuelle Geschwindigkeiten bezeichnet. Erteilt man in irgend einem Getriebe dem Punkt, auf welchen die Massen des Getriebes reduziert werden sollen, eine beliebige gedachte Geschwindigkeit v, so hat gemäß der Zwangläufigkeit des Systems ein anderer Punkt 1 des Getriebes eine ganz bestimmte Geschwindigkeit v_1. Ist dessen Masse gleich m_1, so wird sie, wenn auf den Reduktionspunkt zurückgeführt, gleich $\left(\frac{v_1}{v}\right)^2 \cdot m_1$.

[1]) Vgl. Tolle, a. a. O., S. 430.

Besteht das mitschwingende Maschinengestänge, wie bisher stets angenommen, aus Stäben mit gleichförmig verteilter Masse, so läßt sich die Reduktion vereinfachen. Man kann nämlich nach Wittenbauer[1]) die Masse eines solchen Stabes durch drei punktförmige Massen ersetzen, von denen man je eine in der Größe von $\frac{M}{6}$ an den beiden Enden und eine in der Größe von $\frac{2}{3}\,M$ in der Mitte des Stabes anbringt. Bei einem um einen festen Punkt rotierenden Stab vermindern sich diese 3 Massen auf eine im freien Endpunkt angebrachte Masse von der Größe $\frac{M}{3}$.

Die Rotation der Maschinenwelle erfolgt nach unserer anfänglichen Annahme (Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = 0$) für jede bestimmte Füllung mit einer entsprechenden unveränderlichen Geschwindigkeit, wird also von den Regulatorschwingungen unabhängig gedacht. An diesen beteiligen sich nicht alle Glieder der Steuerung. Um die Schwingungen für sich zu betrachten, haben wir von der Rotationsbewegung abzusehen und uns das Exzenter AB, ferner die Stange BC und damit auch den Zapfen E festgehalten zu denken, während Exzenter AF gegenüber dem Exzenter AB beweglich bleibt (Fig. 77a Taf. XII). Es ergibt sich so ein neues Getriebe, das in Fig. 77b nochmals gesondert für eine beliebige Stellung von AB herausgezeichnet ist. Denken wir uns nun in demselben dem Exzenter F eine beliebige virtuelle Geschwindigkeit $c_F = FF_c$ erteilt, so läßt sich nach den oben ausführlich angegebenen Regeln die Geschwindigkeit jedes andern Punktes des aus den Stangen AF, FG, GD und EH bestehenden Getriebes leicht konstruieren. So sei z. B. die entsprechende virtuelle Geschwindigkeit c_H des Punktes H gleich HH_c. Die Masse m_H des Punktes H kann demnach ersetzt werden durch eine im Punkte F angebrachte reduzierte Masse von der Größe $m_H \cdot \left(\frac{c_H}{c_F}\right)^2$. Gleichartig verfährt man für jeden andern Punkt. Für jede andere Winkelstellung der Kurbel AB ist das geometrische Bild nach Fig. 77a ein anderes, demnach die Reduktion jedesmal von neuem vorzunehmen. In den Figuren der Taf. XIII sind nach der genannten Methode die für die Schwingung in Betracht kommenden auf F reduzierten Massen der Stangen 6, 7, 4, 9 und des Schiebers, dessen Masse näherungsweise in den Punkt L verlegt wurde, über den Kurbelwinkeln aufgetragen. Da nun infolge der gleichmäßigen Rotation der Kurbelwinkel zugleich ein Maß für die Zeit ist, ist uns somit (für die Schwingungsmittellage) die reduzierte Masse $\mathfrak{M}$ als Funktion der Zeit gegeben. Es ist aber leicht einzusehen, daß $\mathfrak{M}$ in ganz ähnlicher Weise auch vom Schwingungsausschlag s abhängig ist, weil sich eben bei einem Ausschlag das geometrische Bild in Fig. 77a ändert. Auf Grund dieser Überlegungen hätten wir zu schreiben:

$$\mathfrak{M} = f\,(t, s)$$

Für eine bestimmte Gleichgewichtsstellung des Reglers ist aber, da es sich um kleine Schwingungen handelt, die Veränderung von $\mathfrak{M}$ (inkl. Pendelmasse) in bezug

[1]) Wittenbauer, Graphische Dynamik der Getriebe, Z. f. Mathematik und Physik, Bd. 50, S. 71 ff.

auf s ganz unbedeutend, so daß man unbedenklich für die Schwingungsuntersuchung $\mathfrak{M} = f(t)$ setzen kann. Geht man zu einer andern Füllungsstellung des Reglers über, so darf die Abhängigkeit von s nicht mehr ganz vernachlässigt werden. Man hat dann einen entsprechenden andern Wert von $\mathfrak{M}$ einzusetzen, den man aber für kleine Schwingungen in bezug auf s wieder als konstant ansehen darf.

3. Die äufseren Kräfte.

Die mit einem Regulator versehene Maschine stellt an und für sich ein System von zwei Freiheitsgraden dar. Denken wir uns jedoch (s. o. Seite 3) die Einwirkung des Regulators auf die Leistung und auf die Umdrehung der Maschine beseitigt und ferner das Schwungradgewicht unendlich groß ($\delta = 0$), so nehmen wir damit an, daß die Bewegung der Maschinenwelle von den Relativbewegungen des Regulators gegen diese Welle gänzlich unabhängig ist und lediglich in einer gleichförmigen Rotation besteht. Auf Grund dieser Annahmen haben wir dann nur mehr ein System mit einem Freiheitsgrad (Regulatorschwingung), dessen rechnerische Untersuchung sich auf verschiedene Weise erledigen läßt. Die einzige Schwierigkeit für die Behandlung liegt nur mehr darin, daß der Regler noch eine zusätzliche Rotationsbewegung ausführt. In unserm Fall (Flachregler) können wir diese anscheinende Schwierigkeit in einfachster Weise dadurch beseitigen, daß wir den Beobachtungsstandpunkt auf das rotierende Schwungrad verlegen, wozu uns das d'Alembertsche Prinzip durch Einführung von Trägheitskräften eine bequeme Handhabe bietet. Diese Trägheitskräfte, nämlich einmal die früher gefundenen Massenrückdrücke, ferner Zentrifugalkräfte (Zusatzkräfte erster und zweiter Art[1])) gelten dann für die weitere Behandlung des Problems von dem gewählten Standpunkt aus als äußere Kräfte. Von den Zentrifugalkräften kommen diejenigen, welche keine Komponente in der Schwingungsrichtung besitzen, in Wegfall. Das gesamte zu behandelnde Problem stellt somit schließlich nichts anderes dar als die

Schwingung eines Punktes mit veränderlicher Masse unter der Einwirkung bestimmter äußerer Kräfte.

Als solche äußere Kräfte haben wir in die Bewegungsgleichung schließlich folgende einzuführen:

a) die gesamten Rückdrücke,
b) die Zentrifugalkraft und Federkraft des Reglers,
c) die bei der Schwingung auftretenden Reibungskräfte.

Die unter a) genannten Kräfte, die wir bereits als Funktion der Zeit erhalten haben, können, genau wie oben die reduzierte Masse $\mathfrak{M}$, für eine bestimmte Gleichgewichtsstellung des Reglers näherungsweise in bezug auf s als konstant angesehen werden, da die Schwingungsausschläge nicht groß sind.

Ad b). Bringt man den Regler aus dem Gleichgewicht, ohne daß sich die Tourenzahl der Maschine ändert, so macht sich eine Kraft geltend, die ihn in die Gleichgewichts-

[1]) Vgl. hierzu Föppl, a. a. O., S. 300.

lage zurückzuführen bestrebt ist. Die Größe dieser Kraft hängt ganz von der C-Kurve des betreffenden Reglers ab. Nun ist man aber gewöhnt, bei einem Regulator nicht die C-Kurve, sondern den Ungleichförmigkeitsgrad δ über den ganzen Hub anzugeben, wobei man die Form der C-Kurve außer Ansatz läßt. Der Ungleichförmigkeitsgrad δ sagt infolgedessen über die Stabilität innerhalb der Hubgrenzen so gut wie nichts aus.[1]) Aber gerade die Stabilität in den einzelnen Punkten kommt für unsere Untersuchung in Betracht.

Die rückführende Kraft (bei gleichbleibender Tourenzahl n) wird erhalten als Ordinatendifferenz der Astasielinie für n und der C-Kurve (schraffierte Fläche in Fig. 77 Taf. XII). Trägt man die Kraft über dem Hub auf, so erhält man eine Kurve $p - p$. Da die Kurve in der Nähe der Gleichgewichtsstellung für einen kleinen Bereich unbedenklich durch ihre Tangente ersetzt werden kann, läßt sich die Kraft für den Fall kleiner Ausschläge ausdrücken durch

$$P = k \cdot s = s\, tg\, \varphi$$

(ohne Rücksicht auf das Vorzeichen). $\measuredangle\, \varphi$ läßt sich auch ohne die $p - p$ Kurve dadurch leicht erhalten, daß man an die C-Kurve die Tangente legt, bis zum Schnittpunkt F mit der Ordinatenachse verlängert und F mit H verbindet.

Diese Konstruktion läßt sich für jeden Regulator leicht durchführen. Nun ist es aber wünschenswert, die Konstante k in Beziehung zum Ungleichförmigkeitsgrad δ des Regulators zu bringen.

Es seien von einem Regulator gegeben (Fig. 77): die Spindelabstände des Schwerpunkts seines Pendels für innere, mittlere und äußere Stellung: x_0, x_m und x_1, ferner der Ungleichförmigkeitsgrad δ und die Zentrifugalkraft C_m des Pendels für Mittelstellung.

Der bekannten Ermittlung des Ungleichförmigkeitsgrades liegt die stillschweigende Annahme zugrunde, daß die C-Kurve die Mittelstellungsordinate auf der mittleren Astasielinie schneidet. Diese Annahme trifft bekanntlich nur näherungsweise zu, sie soll aber hier allgemein eingeführt werden. Aus den obigen Daten sind mithin die drei Hauptpunkte der C-Kurve bekannt.

Bezüglich des Verlaufs der C-Kurve treffen wir eine zweite Annahme derart, daß wir sie durch eine Parabel von der Gleichung

$$C = a\, x^2 + b\, x + c$$

ersetzen.

Die Gleichung enthält 3 Konstante a, b, c, welche sich aus den gegebenen Größen ermitteln lassen. Bezeichnet D die Determinante

$$\begin{vmatrix} x_0^2 & x_0 & 1 \\ x_m^2 & x_m & 1 \\ x_1^2 & x_1 & 1 \end{vmatrix}, \text{ so ist}$$

[1]) Vgl. Dr. Ing. A. Koob, Das Regulierproblem in vorwiegend graphischer Behandlung, Z. d. V. d. Ing. 1904, S. 374.

$$a = \frac{C_m}{x_m \cdot D} \cdot \delta \cdot (2\, x_0\, x_1 - x_m\,(x_0 + x_1))$$

$$b = \frac{C_m}{x_m \cdot D} \cdot [\delta \{ x_1\,(x_m^2 - x_o^2) - x_0\,(x_1^2 - x_m^2)\}$$

$$+ x_0\,(x_1^2 - x_m^2) + x_1\,(x_m^2 - x_o^2) + x_m\,(x_o^2 - x_1^2)]$$

$$c = \frac{C_m}{x_m \cdot D} \cdot \delta\,(x_o^2\, x_m\, x_1 - 2\, x_m^2\, x_1\, x_0 + x_1^2\, x_0\, x_m).$$

Man erhält so nach Fig. 77

$$k = \operatorname{tg} \varphi = \frac{f}{x} = \frac{x \operatorname{tg} \alpha - C}{x} = \frac{dC}{dx} - \frac{C}{x}.$$

Aus

$$\frac{dC}{dx} = 2\, a\, x + b$$

und

$$\frac{C}{x} = a\, x + b + \frac{c}{x}$$

ergibt sich

$$k = a\, x - \frac{c}{x}$$

$$= \delta \cdot \frac{C_m}{x_m \cdot D} \cdot \left[x\,(2\, x_0 x_1 - x_m\,(x_0 + x_1)) - \frac{x_o^2\, x_m\, x_1 - 2\, x_m^2\, x_1\, x_0 + x_1^2\, x_0\, x_m}{x} \right]$$

oder

$$= \delta \cdot K \left[x \cdot A - \frac{B}{x} \right],$$

wenn man Gruppen von konstanten Größen durch große Buchstaben ersetzt.

Die Formel lehrt, daß für jede Reglerstellung die Größe k bei konstanter mittlerer Zentrifugalkraft proportional dem Ungleichförmigkeitsgrad δ ist. Streng gilt dies nur, wenn die C-Kurve den angenommenen parabolischen Verlauf zeigt. Für normale Verhältnisse sind A und B positiv, so daß die Größe k und damit die Stabilität nach außen zu wächst, eine Tatsache, die mit der bekannten Erscheinung sich deckt, daß sich bei Gewichtsreglern die C-Kurve bei innerster Stellung gewöhnlich stark der Astasie nähert. Bei gerader C-Kurve nimmt die Stabilität nach außen zu ab, bei nach unten konkaver Form noch rascher.[1])

Ist also von einem Regler nur der Ungleichförmigkeitsgrad bekannt, so läßt sich im allgemeinen daraus noch nicht entnehmen, an welcher Stelle des Hubes k ein Maximum oder Minimum wird. Dagegen kann man sagen:

Eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung des Ungleichförmigkeitsgrades verursacht eine (nahezu) proportionale Vergrößerung oder Verkleinerung des Kraftfaktors k.

Ad c). Die Reibungswiderstände. Ein Teil des Schieberreibungswiderstandes ist auch von dem variablen Exzenter zu überwinden. Diesen Teil nehmen wir, weil von der Rotationsbewegung herrührend, zu den Rückdrücken. Nun führt aber der Schieber noch eine zusätzliche Bewegung aus, herrührend von den Schwingungen des Pendels

[1]) Koob, a. a. O.

und es tritt auch hier eine Reibung auf. In ähnlicher Weise macht sich auch die Reibung in den Gelenken und Kulissen geltend, so daß schließlich die Gesamtreibung als eine komplizierte Funktion von Zeit, Schwingungsausschlag und Schwingungsgeschwindigkeit erscheinen würde. Hier ist deshalb eine Vereinfachung nötig. Da die zu erwartende Eigenschwingung des Regulators sich voraussichtlich nur sehr wenig von einer einfachen gedämpften harmonischen Schwingung unterscheiden wird, soll das Reibungsgesetz, auf welchem sich diese aufbaut, auch hier Anwendung finden. Bekanntlich lautet dieses:

$$R = -r \cdot \frac{ds}{dt},$$

d. h. die Reibung ist proportional der Geschwindigkeit. Da über die Größe der Reibungskonstante r von vornherein Angaben nicht möglich sind, so bleibt zunächst nichts übrig, als die Bewegung für verschiedene mögliche Werte von r zu untersuchen.

Nachdem nun auch die äußeren Kräfte ermittelt sind, ist es möglich, die Bewegungsgesetze zu verfolgen.

4. Das Gesetz der Bewegung.

Es wurde bereits dargetan, daß wir nach Anwendung des Prinzips von d'Alembert die Schwingung des Reglers zurückführen können auf die Schwingung eines Punktes mit veränderlicher Masse unter dem Einfluß bestimmter äußerer Kräfte.

Dieses Problem läßt sich am einfachsten durch Anwendung des Satzes von der lebendigen Kraft lösen. Bezeichnen wir mit L die lebendige Kraft, mit $\mathfrak{P}$ vorübergehend die Summe der oben erwähnten äußeren Kräfte, so gilt die Beziehung:

$$\frac{dL}{dt} = \mathfrak{P} \cdot \frac{ds}{dt}$$

oder, wenn wir statt L den Wert $\frac{1}{2}\,\mathfrak{M}\,v^2$ einführen und statt $\frac{ds}{dt}$ das gleichwertige v:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\,\mathfrak{M}\,v^2\right) = \mathfrak{P} \cdot v;$$

nach Ausführung der Differentiation:

$$\frac{v^2}{2} \cdot \frac{d\,\mathfrak{M}}{dt} + \mathfrak{M} \cdot v \cdot \frac{dv}{dt} = \mathfrak{P} \cdot v$$

und nach Kürzung mit v:

$$\frac{1}{2}\,v \cdot \frac{d\,\mathfrak{M}}{dt} + \mathfrak{M} \cdot \frac{dv}{dt} = \mathfrak{P}.$$

Statt $\mathfrak{P}$ können wir nun wieder den ausführlicheren Wert

$$-k \cdot s - r \cdot \frac{ds}{dt} + P_m + P_r$$

einsetzen, so daß wir als definitive Gleichung erhalten:

$$\frac{1}{2}\,v \cdot \frac{d\,\mathfrak{M}}{dt} + \mathfrak{M} \cdot \frac{dv}{dt} + r \cdot \frac{ds}{dt} + k \cdot s = P_m + P_r,$$

wobei P_m den Massenrückdruck und P_r den Reibungsrückdruck darstellt.

Wäre $\mathfrak{M}$ konstant, so würde sich die Gleichung auf diejenige einer gedämpften und erzwungenen Schwingung reduzieren. Nun ist aber nach früherem $\mathfrak{M}$ eine Funktion von t, die sich durch Sinusglieder darstellen läßt. Selbst wenn $\mathfrak{M}$ eine ganz einfache periodische Funktion von t ist, versagt aber der Versuch einer rechnerischen Integration vollständig.

Nun ist es zwar naheliegend, die geringen Schwankungen von M ohne weiteres zu vernachlässigen — in unserem Fall beziffern sie sich auf höchstens 5 % gegenüber dem Mittelwert, da die mittlere reduzierte Masse des Reglers nach späterem 29,3 bis 41,5 Masseneinheiten, die größte Schwankung gegenüber dieser dagegen rund + 1,5 Masseneinheiten beträgt — aber wir wissen ja nicht, ob nicht etwa schon kleine Schwankungen eine Art von erzwungenen Schwingungen oder schließlich gar eine Art von Resonanz hervorrufen können, ähnlich wie solches schon bei kleinen periodisch wirkenden äußeren Kräften eintritt. Auf alle Fälle ist es deshalb wünschenswert, über den Einfluß der Variabilität von $\mathfrak{M}$ einige Anhaltspunkte zu finden. Wir können solche gewinnen, wenn wir unsere Differentialgleichung für einen beliebig angenommenen extremen Fall mittels einer graphischen Näherungsmethode untersuchen. Hierfür empfehlen sich noch weitere Vereinfachungen wie

$$r = 0, \quad P_m + P_r = 0.$$

Die angenäherte zeichnerische Integration der Gleichung

$$\frac{1}{2} v \frac{d\mathfrak{M}}{dt} + \mathfrak{M} \frac{dv}{dt} + k s = 0$$

ist nun etwas umständlich. Wir wenden deshalb einen Kunstgriff an. Die ganze Ableitung soll uns nur darüber informieren, ob die anfänglich gewünschte Annäherung ($\mathfrak{M}$ = konstant) zulässig ist. Der Einfluß der Variabilität von $\mathfrak{M}$ kommt in der Differentialgleichung hauptsächlich durch das erste Glied $\frac{1}{2} v \frac{d\mathfrak{M}}{dt}$ zum Ausdruck. Wenn wir dieses erste Glied durch Multiplikation mit einem konstanten Faktor vergrößern, so erhalten wir eine Gleichung, welche eine Schwingungsbewegung darstellt, bei welcher der Einfluß der variablen Masse offenbar vergrößert ist. Gelingt es uns nun, auch für diesen gedachten ungünstigeren Fall durch die graphische Untersuchung die Berechtigung der Annäherung: $\mathfrak{M}$ = konstant nachzuweisen, so sind wir in dem wirklich vorhandenen Fall zweifellos noch in weit höherem Grade ermächtigt, $\mathfrak{M}$ = konstant zu setzen. Die Begründung für diesen Umweg ist darin zu suchen, daß es uns möglich ist, durch Multiplikation des ersten Gliedes mit 2 eine graphisch leichter integrierbare Gleichung herzustellen, nämlich

$$v \frac{d\mathfrak{M}}{dt} + \mathfrak{M} \frac{dv}{dt} + k s = 0$$

oder

$$\frac{d}{dt} (\mathfrak{M} v) = - k s.$$

Diese Gleichung ist in Fig. 78 Taf. XII für einen willkürlichen Fall näherungsweise graphisch untersucht, wobei mit den Werten $s_0 = 0$, $v_0 = O i$ (Integrationskonstanten) begonnen wurde. Der $\mathfrak{M}$-Kurve wurde der Einfachheit halber eine stufen-

förmige, aber sonst beliebige Gestalt gegeben, wobei die Stufen mit den gleichmäßig eingeteilten kleinen Abszissenintervallen zusammenfallen. Die Linie $n-n$ stellt das ks dar. Für einen bestimmten Zeitpunkt t sei der Weg s und die Geschwindigkeit v gegeben (bei der wirklichen Ausführung wird mit $t=0$ begonnen; zur Erläuterung des Verfahrens wurden jedoch in Fig. 78 die Werte für einen späteren Zeitpunkt aus zeichnerischen Gründen als bekannt vorausgesetzt). Mittels der die Einheit der Zeit darstellenden Strecke e läßt sich dann zunächst die Tangente an die s-Linie ziehen. Für das Intervall $\triangle t$ soll diese Tangente die Kurve selbst ersetzen. Die mittlere Ordinate der $\mathfrak{M}$-Linie sei mit M bezeichnet. Das Produkt $\mathfrak{M}v$ drückt, wenn wir es zeichnerisch betrachten, eine Fläche aus. Denkt man sich für jede Abszisse das $\mathfrak{M}v$ durch ein Rechteck dargestellt, mit konstanter Basis, so stellt dessen Höhe in der Zeichnung in bestimmtem Maßstab das $\mathfrak{M}v$ dar. Macht man, wie in Fig. 78 geschehen, diese Basis $=M$, so fällt für $\mathfrak{M}=$ konstant $=M$ die $\mathfrak{M}v$-Linie direkt mit der v-Linie zusammen. Ist umgekehrt die Ordinate $\mathfrak{M}v$ bekannt, so läßt sich mittels der aus der Figur ersichtlichen Konstruktion das v geometrisch ermitteln.

Der Gang der graphischen Integration ist nun folgender: Mittels der durch $v=\frac{ds}{dt}$ gegebenen Tangente an die s-Linie kann man auf dieser von der Stellung t bis zur nächsten Ordinate fortschreiten. Die mittlere Höhe von s innerhalb dieses kleinen Intervalles führt man horizontal nach links und erhält ks; dieses wird auf der Ordinatenachse mit negativem Vorzeichen aufgetragen und bestimmt nach der Gleichung

$$\frac{d}{dt}(\mathfrak{M}v) = -ks$$

die Tangente an die $\mathfrak{M}v$-Linie. Auf dieser Tangente kann man unter Identifizierung derselben mit der $\mathfrak{M}v$-Kurve bis zur nächsten Ordinate weiterschreiten. Durch die obengenannte Konstruktion findet man dann mittels des neuen $\mathfrak{M}$ das entsprechende v. Mit diesem führt man dann wieder die s-Linie weiter u. s. f. Die ks-Linie läßt sich entbehren. Mittels der s-Linie selbst und einem entsprechend gewählten Maßstabfaktor kann die Tangente an $\mathfrak{M}v$ viel einfacher ermittelt werden. Die ausführliche angegebene Konstruktion ist dagegen auch dann brauchbar, wenn die äußere Kraft (Federkraft) nicht mit s proportional ist, sondern nach einer beliebigen Funktion verläuft.

Die auf solche Weise erhaltenen Kurven geben über den Verlauf der angenommenen Bewegung wichtigen Aufschluß. Die stark ausgezogenen Kurven sind die näherungsweise Darstellung von Geschwindigkeit v und Weg s. Die gestrichelte Linie gibt $\mathfrak{M}v$ an. In der Figur sind ferner die Kurven für die konstante mittlere Masse M eingetragen. Um sie in einer für die Vergleichung brauchbaren Form zu erhalten und zugleich die Fehler des Näherungsverfahrens tunlichst zu kompensieren, wurden sie ebenfalls auf die gleiche graphische Methode ermittelt. Es zeigt sich nun folgendes:

Die $\mathfrak{M}v$-Linie ist nahezu eine reine Sinoide geblieben. Sie fällt jedoch nicht ganz mit der entsprechenden Kurve für konstantes mittleres M zusammen, sondern entspricht einer Schwingung mit etwas geringerer Masse. Letztere Masse sei mit M bezeichnet. Die dem Beispiel zugrunde gelegte $\mathfrak{M}$-Linie weist Schwankungen von 46% des Mittelwertes auf. Im Vergleich damit erscheinen die Verschiedenheiten zwischen

den Wegkurven für konstante und variable Masse nicht bedeutend. Außerdem haben wir uns aber zu erinnern, daß wir eine ungünstigere Schwingungsgleichung, als die wirkliche es ist, untersucht haben und daß die Verschiedenheiten infolgedessen noch viel kleiner werden, daß also M mit M nahezu zusammenfällt. Ziehen wir ferner in Betracht, daß tatsächlich bei unserem Problem nicht Schwankungen von 46 %, wie in dem Beispiel angenommen, sondern von höchstens $3^1/_3$ % auftreten, so kann es keinem Zweifel unterliegen, daß die Annäherung: $\mathfrak{M} = \text{konstant} = M$ vollkommen gerechtfertigt ist.

Die Schwingungsgleichung geht dann über in die bekannte Form:

$$M\frac{d^2s}{dt^2} + r\frac{ds}{dt} + ks = P_m + P_r.$$

Um die Eigenschwingung zu erhalten, hat man die rechte Seite = 0 zu setzen:

$$M\frac{d^2s}{dt^2} + r\frac{ds}{dt} + ks = 0.$$

Das Resultat ist bekanntlich:

$$s = e^{-\frac{r}{2M}\cdot t}(A_1 \sin \gamma t + B_1 \cos \gamma t),$$

wobei

$$\gamma = \sqrt{\frac{k}{M} - \frac{r^2}{4M^2}}$$

zu setzen ist. Wirkliche Schwingungen können nur auftreten für Werte von r, welche zwischen 0 und $2\sqrt{Mk}$ liegen; von Wichtigkeit ist die Dauer der Schwingung ohne Dämpfung: $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$.

VI. Die Schwingungen des Regulators.

1. Die Gleichungen für die erzwungene Schwingung und für die Eigenschwingung.

Der Ausdruck $P_m + P_r$ auf der rechten Seite der Bewegungsgleichung ist nach früheren Ableitungen in der Gestalt einer Fourierschen Reihe zu erhalten.

$$P_0 + P_1' \cos \omega t + P_2' \cos 2\omega t + P_3' \cos 3\omega t + \cdots$$
$$+ P_1'' \sin \omega t + P_2'' \sin 2\omega t + P_3'' \sin 3\omega t + \cdots$$

Mittels der Beziehungen: $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{P_1'}{P_1''}$ und

$$Q_1 = \frac{P_1'}{\sin \alpha_1} = \frac{P_1''}{\cos \alpha_1} = \sqrt{P_1'^2 + P_1''^2}$$

wird die Reihe übergeführt in eine reine Sinusreihe folgender Form:

$$Q_0 + Q_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + Q_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + Q_3 \sin(3\omega t + \alpha_3) + \cdots$$

Das konstante Glied $P_0 = Q_0$ kann hier in Wegfall kommen, da es als Rückdruckmittelwert bei der Betrachtung des Regulatorgleichgewichtes berücksichtigt worden

ist, wenn nur die übrigen Konstanten der Reihe entsprechend der dort gefundenen Tourenzahl modifiziert werden.

Die vollständige Differentialgleichung der Bewegung lautet dann:

$$M\frac{d^2s}{dt^2}+r\frac{ds}{dt}+ks=Q_1\sin(\omega t+\alpha_1)+Q_2\sin(2\omega t+\alpha_2)+\cdots$$

Die vollständige Lösung dieser Differentialgleichung ist

$$s=e^{-\frac{r}{2M}t}\{A_1\sin\gamma' t+B_1\cos\gamma' t\}+C_1\sin(\omega t+\chi_1)+C_2\sin(2\omega t+\chi_2)+\cdots$$

A_1 und B_1 sind die von den Anfangsbedingungen abhängigen willkürlichen Konstanten, während die Konstanten der partikulären Integrale durch die Gleichung

$$C_n=\frac{Q_n\cos\alpha_n}{(k-M(n\omega)^2)\cos\chi_n-r(n\omega)\sin\chi_n}=\frac{Q_n\sin\alpha_n}{(k-M(n\omega)^2)\sin\chi_n+r(n\omega)\cos\chi_n}$$

dargestellt werden, wenn man n den Indices entsprechend einsetzt. Letzteres gilt auch für die Gleichung, welche den Winkel χ bestimmt:

$$\operatorname{tg}\chi_n=\frac{(k-M(n\omega)^2)\operatorname{tg}\alpha_1-r(n\omega)}{(k-M(n\omega)^2)+r(n\omega)\operatorname{tg}\alpha_1}.$$

Setzt man in letzterer Gleichung

$$-\frac{nr\omega}{k-M(n\omega)^2}=\operatorname{tg}\varrho_1,$$

so wird

$$\operatorname{tg}\chi_n=\operatorname{tg}(\alpha_n+\varrho_n),$$

wobei

$$\varrho_n=-\operatorname{arctg}\frac{nr\omega}{k-M(n\omega)^2}$$

den Phasenverschiebungswinkel gegenüber der erregenden Schwingung bedeutet.

Die Konstanten C lassen sich auch auf die Form bringen

$$C_n=\frac{Q_n}{\sqrt{(k-M(n\omega)^2)^2+r^2(n\omega)^2}},$$

sind also von dem Winkel α unabhängig. Will man die Fouriersche Reihe von einem anderen als dem angenommenen Anfangspunkt aus rechnen, so hat man nur die Winkel α sämtlich um den Betrag $n\cdot\alpha'$ zu ändern. Die durch die partikulären Integrale dargestellte erzwungene Schwingung ändert sich dadurch weder in der Amplitude, noch der Schwingungsdauer, sondern rückt einfach um den Betrag α' auf der Abszissenachse weiter.

Es ist von Interesse die Schwingung, welche der anfänglich in Ruhe befindliche Punkt infolge der Rückdrücke ausführt. Für $t=0$ ist demnach sowohl s als $\frac{ds}{dt}$ gleich Null zu setzen.

Hieraus bestimmt sich der Wert der willkürlichen Konstanten zu

$$A_1=-\frac{1}{\gamma}\left\{C_1\left(\omega\cos\chi_1+\frac{r}{2M}\sin\chi_1\right)+C_2\left(2\omega\cdot\cos\chi_2+\frac{r}{2M}\sin\chi_2\right)+\cdots\right\}$$

$$B_1=-C_1\sin\chi_1-C_2\sin\chi_2-C_3\sin\chi_3-\cdots$$

Damit ist die Schwingung vollständig bestimmt. Ist die Reibungskonstante $r = 0$, so vereinfacht sich das Resultat erheblich. Zunächst wird $\varrho = 0$, also $\chi = \alpha$; γ vereinfacht sich zu $\sqrt{\frac{k}{M}}$. Dieser letztere Wert werde zur Unterscheidung mit γ' bezeichnet.

Die Konstanten der erzwungenen Schwingung sind dann

$$C_n = \frac{Q_n}{k - M(n\omega)^2} = \frac{Q_n}{M} \cdot \frac{1}{\gamma'^2 - (n\omega)^2},$$

weil

$$\gamma' = \sqrt{\frac{k}{M}} \text{ und demnach } k = M \cdot \gamma'^2 \text{ ist.}$$

Damit sämtliche C klein werden, ist erforderlich, daß $\omega > \gamma$ ist. Der Wert $\frac{\omega}{\gamma}$ werde mit ν bezeichnet. Setzt man diesen Wert ein, so erhält man

$$C_n = - Q_n \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{(n \cdot \nu)^2 - 1}.$$

Die Amplituden der höheren Schwingungen nähern sich demnach sehr rasch der Null. Letzteres gilt noch mehr für den Fall der Dämpfung. Bei aperiodischer Dämpfung, also $r = 2\sqrt{Mk}$ wird z. B.

$$C_n = \frac{Q_n}{k + M(n\omega)^2},$$

sinkt also mit wachsendem n sehr rasch.

Die Konstanten der Eigenschwingung werden bei Wegfall der Dämpfung:

$$A_1 = - C_1 \frac{\omega}{\gamma} \cos\alpha_1 - 2\, C_2 \frac{\omega}{\gamma} \cos\alpha_2 - 3\, C_3 \frac{\omega}{\gamma} \cos\alpha_3 \ldots$$
$$B_1 = - C_1 \sin\alpha_1 - C_2 \sin\alpha_2 - C_3 \sin\alpha_3 - \ldots$$

2. Anwendung auf die als Beispiel gewählte Bonjour-Lachaussée-Maschine.

Die früheren theoretischen Ableitungen behandelten die Schwingungen, welche der als Reduktionspunkt gewählte Pendelschwerpunkt senkrecht zur Regulatorspindel, bzw. nach Tolle bei einem Achsenregler senkrecht zur Verbindungslinie von Pendeldrehpunkt und Achsenmittel ausführt.[1])

Im vorliegenden Beispiel sollen jedoch die Ausschläge des beweglichen Exzenters untersucht werden. Auf dessen Mittelpunkt F sind demnach sämtliche Größen zu reduzieren.

a) Die Rückdrücke sind im früheren bereits auf diesen Punkt bezogen worden.

b) Die Massen. Für die Schwingung kommen drei verschiedene Massen in Betracht:

---

[1]) Aus Fig. 90, Taf XIV, ist zu ersehen, daß für diesen Fall eine weitere Reduktion der bereits auf das Pendel reduzierten Masse im Verhältnis $\frac{1}{\cos^2\alpha}$ vorzunehmen ist. Vergl. Koob, a. a. O., S. 412.

1. Die Masse der Pendel (Fig. 85 Taf. XIV; Maßstab ca. $^3/_8$ der nat. Größe),
2. Diejenige des variablen Exzenters, des Hebels NN' und der Koppeln NS und $N'S'$ (Fig. 85),[1])
3. Die Masse des übrigen Steuerungsgestänges.

Auf zeichnerischem Wege ergab sich für jedes Pendel eine reduzierte Masse von 11,45 Masseneinheiten für Maximalfüllung bzw. von 12,75 und 6,65 M.E. für Mittel- und Nullfüllung. Da aber zwei Pendel vorhanden sind, hat man als deren Anteil an der auf den Exzentermittelpunkt F reduzierten Masse das Doppelte, nämlich 22,9; 25,5 und 13,3 M.E. einzusetzen.

Die reduzierte Masse des Pendels variiert sehr bedeutend je nach der Stellung des Reglers. Das Exzenter und der Hebel NN' ergeben konstante Werte. Näherungsweise wurde auch die reduzierte Masse der Koppeln NS und $N'S'$ konstant angenommen. Bezüglich dieser drei letzteren unter 2. genannten Massen war Verfasser mangels der nötigen Unterlagen auf eine grobe Schätzung angewiesen, die rund 15 Masseeinheiten ergab. Am kleinsten zeigt sich die reduzierte Masse des Steuerungsgestänges. In den Fig. 79—84 Taf. XIII, ist sie für Maximalfüllung genauer untersucht. Ihr zeitlicher Mittelwert schwankt um die Größe von ziemlich genau einer Masseneinheit. Dieser Mittelwert kann auch für Mittel- und Nullfüllung beibehalten werden. Denn die Kurven der Relativgeschwindigkeiten der mit dem festen und dem verschiebbaren Exzenter verketteten Steuerungsteile sind für die reduzierte Masse maßgebend und diese ändern sich im Gegensatz zu den absoluten Geschwindigkeiten der Steuerungspunkte für eine bestimmte Füllung nur unerheblich.

c) Der Kraftfaktor k. Da die Größe von k aus dem Zentrifugalkraftdiagramm abzuleiten ist, muß zunächst dieses auf den Reduktionspunkt F reduziert werden. Fig. 86 Taf. XIV, stellt das Diagramm der Momente der Zentrifugalkräfte des Achsenreglers[2]) in bezug auf den Pendeldrehpunkt dar über den Pendelausschlagwinkeln als Abszissen.[3]) Die in der Figur gezeichneten Astasielinien sind infolgedessen keine Geraden. Aus diesem Momentendiagramm kann dann leicht das Kraftdiagramm für den Punkt F bestimmt werden, das in unserem Falle eine etwas ungewohnte Form annimmt (Fig. 87).[4]) Um das Diagramm genau zu erhalten, müßte nach früherem der Mittelwert sowohl aus dem Massen- als dem Reibungsrückdruck Berücksichtigung finden (s. S. 27). Die Größen dieser Mittelwerte sind aus folgender kleinen Tabelle zu entnehmen.

---

[1]) Massenwirkung der Feder vernachlässigt.

[2]) Die Zentrifugalwirkung der Feder ist in dem Diagramm, welches die die Bonjour-Maschinen bauende Firma (Société anonyme d'études techniques in Lüttich) nebst sämtlichen übrigen Angaben in gütigster Weise zur Verfügung stellte, anscheinend nicht berücksichtigt, kommt aber auch wegen der Bauart des Reglers so gut wie gar nicht in Betracht.

[3]) Maßstab der Abszissen: 1 mm = 0,519°; der Ordinaten: 1 mm = 1,29 kgm.

[4]) Maßstab der Abszissen: 1 mm der Zeichnung = 2,6 mm der Wirklichkeit;
der Ordinaten: 1 mm = 130,2 kg/m; 1 mm = 12,9 kg.

	Maximalfüllung	Mittelfüllung	Nullfüllung	
Massenrückdruck . . . . (für 160 Touren)	0,58 kg (Fig. 62)	2,75 kg (Fig. 74)	1,8 kg (Fig. 75)	vgl. S. 26
Reibungsrückdruck . . . für 10 kg Schieberreibung	— 2,1 kg (Fig. 54)	— 1,2 kg (nicht angeg.)	— 0,85 kg (nicht angeg.)	s. S. 27

Die Berücksichtigung dieser Werte, die nur sehr klein sind, wenn nicht im Widerspruch mit der Anordnung des Kolbenschiebers eine bedeutende Schieberreibung angenommen wird, ist zeichnerisch von einem äußerst geringen Einfluß auf die Größe von k, so daß hiervon abgesehen wurde. Bereits früher (S. 31, Fig. 77 auf Taf. XII) ist ein Verfahren zur Ermittlung von k angegeben worden. Für unsere Anwendung wurde dasselbe weiterhin modifiziert. In Fig. 88, Taf. XIV, sei das Zentrifugalkraftdiagramm eines Reglers gegeben; die Zentrifugalkräfte sind über den Wegen des Pendelschwerpunkts aufgetragen. Außer der C-Kurve sei noch eine ganz beliebige Astasielinie A^0 vorhanden. Um k für eine bestimmte durch die Abszisse H_1' gekennzeichnete Stellung zu ermitteln, haben wir in C_1 die Tangente an die C-Kurve zu legen. Dann tragen wir von H_1 aus nach links eine zunächst willkürlich gedachte Strecke e ab und ziehen im Endpunkt eine Parallele zu $H_1 C_1$. Dann ziehen wir $H_1 T_1$ parallel zur genannten Tangente und erhalten Punkt T_1. Ferner hätten wir mittels einer Tangente an die durch den Punkt C_1 gehende, aber nicht gezeichnete Astasielinie einen Punkt T_1' analog zu bestimmen. Hierzu können wir aber einfacher die schon vorhandene Astasielinie A^0 benützen, indem wir $H_1 T_1^0$ parallel zur Tangente in A_1^0 ziehen, T_1^0 mit A_0^1 verbinden und durch den Schnittpunkt 0 dieser Linie mit der Abszissenachse von C_1 aus eine Gerade legen, die uns dann aus Proportionalitätsgründen T_1' liefert. Die Größe k ist dann gegeben durch $\frac{\overline{T_1 T_1'}}{e}$. Nehmen wir nun e gleich der Maßeinheit, so dürfen wir die Strecke $\overline{T_1 T_1'}$, wie es in der Zeichnung geschehen ist, direkt mit k bezeichnen. Genau die gleichen Konstruktionen sind in Fig. 87 für unsern Regulator durchgeführt, wobei die Zentrifugalkräfte über den Wegen des Punktes F aufgetragen sind. Die übrigen in den Figuren vorhandenen Kurven und Konstruktionslinien bleiben vorläufig außer Betracht.

Zu berücksichtigen ist, daß der Regler zwei Schwungmassen und Federn hat, daß also der aus der Zeichnung resultierende Wert von k doppelt zu nehmen ist. Über k siehe näheres unten.

d) Die Dämpfung. Es erscheint ausgeschlossen, über den Reibungsfaktor r nähere Annahmen zu machen. Aus der früheren Formel für C_n

$$C_n = \frac{Q_n}{\sqrt{(k - M(n\,\omega)^2)^2 + r^2 (n\,\omega)^2}}$$

ergibt sich, daß C_n mit dem Anwachsen der Reibung sich verkleinert. Für uns handelt es sich aber darum, die höchstmögliche Größe der Schwingungsausschläge zu bestimmen. Diese ist vorhanden für $r = 0$, weil für diesen Fall auch $\frac{\omega}{\gamma}$ am kleinsten wird. Es genügt demnach, die reibungslose Schwingung zu untersuchen.

Ist umgekehrt für einen beliebigen Regulator der ungedämpfte Ausschlag errechnet und der tatsächliche praktisch ermittelt, so läßt sich der für eine beliebig gewünschte Verkleinerung desselben nötige zusätzliche Reibungswiderstand leicht erhalten. Da auch der Reibungswiderstand einer Ölbremse nach Koob sich nahezu proportional zur Geschwindigkeit verhält, so gibt der erhaltene Reibungskoeffizient zugleich die Grundlagen für die Konstruktion einer solchen.

In folgender Tabelle sind sämtliche Größen, die die ungedämpfte Schwingung des vorliegenden Reglers bestimmen, enthalten.

	Maximale Füllung	Mittel-Füllung	Null-Füllung
Reduzierte Masse M	$38{,}9\ \frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}}$	$41{,}5\ \frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}}$	$29{,}3\ \frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}}$
Tourenzahl pro Minute	154	158,5	163
Winkelgeschwindigkeit ω	$16{,}13\ \frac{1}{\text{sec}}$	$16{,}60\ \frac{1}{\text{sec}}$	$17{,}07\ \frac{1}{\text{sec}}$
Kraftkoeffizient k	$190\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$	$1560\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$	$3340\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$
$\gamma' = \sqrt{\frac{k}{M}}$	$2{,}21\ \frac{1}{\text{sec}}$	$6{,}14\ \frac{1}{\text{sec}}$	$10{,}68\ \frac{1}{\text{sec}}$
$\nu = \frac{\omega}{\gamma_1}$	7,31	2,71	1,60
$C_1 = -\frac{Q_1}{k} \cdot \frac{1}{\nu^2 - 1}$	$-\ 0{,}1005\ Q_1$ mm	$-\ 0{,}1011\ Q_1$ mm	$-\ 0{,}1921\ Q_1$ mm
$C_2 = -\frac{Q_2}{k} \cdot \frac{1}{(2\nu)^2 - 1}$	$-\ 0{,}0248\ Q_2$	$-\ 0{,}0226\ Q_2$	$-\ 0{,}0325\ Q_2$
C_3	$-\ 0{,}0110\ Q_3$	$-\ 0{,}0114\ Q_3$	$-\ 0{,}0136\ Q_3$
C_4	$-\ 0{,}0062\ Q_4$	$-\ 0{,}0055\ Q_4$	$-\ 0{,}0075\ Q_4$
C_5	$-\ 0{,}0040\ Q_5$	$-\ 0{,}0035\ Q_5$	$-\ 0{,}0048\ Q_5$
C_6	$-\ 0{,}0027\ Q_6$	$-\ 0{,}0025\ Q_6$	$-\ 0{,}0033\ Q_6$
C_7	$-\ 0{,}0020\ Q_7$	$-\ 0{,}0018\ Q_7$	$-\ 0{,}0024\ Q_7$
C_8	$-\ 0{,}0015\ Q_8$	$-\ 0{,}0014\ Q_8$	$-\ 0{,}0018\ Q_8$
C_9	$-\ 0{,}0012\ Q_9$	$-\ 0{,}0011\ Q_9$	$-\ 0{,}0015\ Q_9$

Die Größen Q und α der Fourierschen Reihe können nach S. 36 aus den P' und P'' rechnerisch ermittelt werden. Praktischer ist die graphische Ermittlung. Man trägt (Taf. XV, Fig. 91) z. B. P'_6 auf der Ordinatenachse und P_6'' auf der Abszissenachse mit dem zugehörigen Vorzeichen auf. Die Resultierende aus P_6' und P_6'' ist Q_6 und der Winkel $Q_6\, O\, p_6'' = \alpha_6$. Fig. 91 gilt für Maximalfüllung, Fig. 94 und 96 für Mittel- bzw. Nullfüllung.

Um hieraus die C zu erhalten, hat man einfach, da nach früherem für reibungsfreie Bewegung keine Phasenverschiebung auftritt, die Q nach Maßgabe der in vorstehender Tabelle gegebenen Konstanten zu verkleinern (Fig. 92 bzw. 95 und 97).

Die erzwungene Schwingung ist somit ganz genau bestimmt und kann graphisch aufgetragen werden. In Fig. 93 ist dies für Maximalfüllung und in Fig. 98 für Nullfüllung in vergrößertem Maßstab[1]) geschehen. Die Größen P' und P'' somit auch Q, sind der Einfachheit halber in allen Figuren mit den früher ermittelten für eine Tourenzahl $n_0 = 160$ geltenden Werten eingesetzt. Da sich die Amplitude proportional der erregenden Kraft vergrößert, braucht man, um den richtigen Wert zu erhalten, nur mit $\left(\frac{n}{160}\right)^2$ zu multiplizieren. Ferner ist zur weiteren Vereinfachung von dem Minuszeichen der Tabelle abgesehen, die Kurve also umgekehrt gezeichnet worden.

Wir erhalten für die beiden Füllungen folgende Maximalausschläge (Fig. 93 und 98):

0,29 mm nach beiden Seiten bei Maximalfüllung und **1,46 bzw. 1,54 mm** bei Nullfüllung.

Die Schieberreibung ist hierbei nicht berücksichtigt. Deren Einfluß könnte durch eine zweite Reihe von partikulären Integralen, also eine zusätzliche erzwungene Schwingung dargestellt werden.

Die Amplitude der erzwungenen Schwingung sowie ihre ganze Form ändert sich nach früherem (S. 37) nicht, zu welchem Zeitpunkt oder in welcher Kurbelstellung auch wir den Beginn der erregenden Kraft ansetzen.

Anders ist es mit der Amplitude der Eigenschwingung. Diese wird für reibungsfreie Bewegung dargestellt durch die Gleichungen:

$$A_1 = -C_1 \frac{\omega}{\gamma} \cos \alpha_1 - 2\, C_2 \frac{\omega}{\gamma} \cos \alpha_2 - 3\, C_3 \frac{\omega}{\gamma} \cos \alpha_3 - \ldots$$

und

$$B_1 = -C_1 \sin \alpha_1 - C_2 \sin \alpha_2 - C_3 \sin \alpha_3 - \ldots$$

bzw. durch

$$D_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}.$$

Auch hier ist das graphische Verfahren am Platze. Der Beginn der Erregung, mithin sämtliche $\measuredangle\, \alpha$, seien als bekannt angenommen. Bildet man nun (Fig. 99) die geometrische Summe sämtlicher C, so erhält man eine Resultierende $\mathfrak{R}$. Deren Projektion auf die Ordinatenachse stellt B_1 dar, jedoch in umgekehrter Richtung. Das Gleiche gilt für Fig. 100 und 101. Um die andere Komponente von D_1 zu bekommen, bilden wir die geometrische Summe

$$C_1 + 2\, C_2 + 3\, C_3 + 4\, C_4 + \ldots.$$ (Fig. 102, 103 u. 104 Taf. XVI).

Die Projektion dieser Resultierenden $\mathfrak{R}'$ auf die Abszissenachse, in umgekehrter Richtung aufgetragen und mit $\frac{\omega}{\gamma}$ multipliziert, gibt A_1. Die Eigenschwingung ist damit ganz genau beschrieben.

Ihre Amplitude D_1 ändert sich, wenn wir die Erregung zu einem anderen Zeitpunkt beginnen oder, was dasselbe ist, die Eigenschwingung längs der Abszissenachse

---

[1]) Der Maßstab der Originalzeichnung war 100 : 1. Die Reproduktionen sind ca. $^3/_8$ der Originalzeichnung, also das 37,5fache der nat. Größe.

verschieben. Beträgt die Verschiebung α', so geht die erzwungene Schwingung

$$C_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + C_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + C_3 \sin(3\omega t + \alpha_3) + \ldots$$

wie sich leicht zeigen läßt, in die Form

$$C_1 \sin(\omega t + \alpha_1 + \alpha') + C_2 \sin(2\omega t + \alpha_2 + 2\alpha') + C_3 \sin(3\omega t + \alpha_3 + 3\alpha') + \ldots$$

über, und ebenso wird

$$A'_1 = -C_1 \frac{\omega}{\gamma} \cos(\alpha_1 + \alpha') - 2\, C_2 \frac{\omega}{\gamma} \cos(\alpha_2 + 2\alpha') - C_3 \frac{\omega}{\gamma} \cos(\alpha_3 + 3\alpha') - \ldots$$

$$B'_1 = -C_1 \sin(\alpha_1 + \alpha') - C_2 \sin(\alpha_2 + 2\alpha') - C_3 \sin(\alpha_3 + 3\alpha') - \ldots$$

Aus der zweiten Gleichung ist ohne weiteres zu sehen, daß B'_1 immer derjenigen Ordinate der erzwungenen Schwingung entgegengesetzt gleich ist, mit welcher die Schwingung bzw. die Erregung beginnt. Das zugehörige A'_1 für jedes α' muß aus einer zweiten Kurve

$$A'_1 = \frac{\omega}{\gamma} \left(-C_1 \cos(\alpha_1 + \alpha') - 2\, C_2 \cos(\alpha_2 + 2\alpha') - 3\, C_3 \cos(\alpha_3 + 3\alpha') - \ldots\right)$$

entnommen werden.

Für Nullfüllung ist diese Kurve (jedoch ohne den Faktor $\frac{\omega}{\gamma}$) in Fig. 105, Taf. XVI im halben Maßstab der Fig. 98 dargestellt. Die B_1-Kurve ist ebenfalls — punktiert — eingetragen. Aus A_1 und B_1 kann (Fig. 106) D_1 nebst dem Voreilwinkel γ_1 ermittelt werden. Die erhaltenen D_1 zeigt Fig. 107. Es ergibt sich hieraus, daß ein Maximum der Eigenschwingungsamplitude dann eintritt, wenn man die Erregung etwas nach dem Punkte 0 beginnen läßt.

Ein Teil des gesamten Schwingungsverlaufes für diesen Fall ist aus Fig. 108 zu ersehen. Der Abszissenmaßstab der Abbildung beträgt $^1/_6$ sec pro Zentimeter. Der im ungünstigsten Falle mögliche maximale Schwingungsausschlag würde $2{,}96 + 1{,}54 = 4{,}5$ mm betragen, wenn die Anfangsbedingungen so gewählt werden, daß für $t = 0$ auch $s = 0$ und $\frac{ds}{dt} = 0$ sind. Die Wahl dieser Anfangsbedingungen stellt einen praktisch nicht vorkommenden Fall dar, der sich nur dadurch realisieren ließe, daß man durch eine geeignete Vorrichtung das Regulatorpendel festhält, um es erst in einem bestimmten Zeitpunkt freizugeben und dadurch die Einwirkung der Massendrücke beginnen zu lassen.

Werden andere Anfangsbedingungen zugrunde gelegt, etwa für $t = 0$, $s = s_0$ und $\frac{ds}{dt} = v_0$, so läßt sich die Eigenschwingung leicht dadurch erhalten, daß man zu dem früheren A_1 den Betrag $\frac{v_0}{\gamma}$ und zu dem früheren B_1 die Größe s_0 addiert, also

$$A_1{}^{v_0} = A_1 + \frac{v_0}{\gamma}$$

und

$$B_1{}^{s_0} = B_1 + s_0,$$

wenn $A_1{}^{v_0}$ und $B_1{}^{s_0}$ die neuen Werte bezeichnet.

Man wäre demnach imstande, bei gegebenen Anfangsbedingungen die Schwingung zu verfolgen, wenn das angenommene Schwingungsgesetz wirklich dem tatsächlichen Verhalten entsprechen würde.[1]) Das ist im allgemeinen nicht der Fall, weil eben die eigentlichen Regulierungsvorgänge mit hereinspielen, die während des Regulierungsprozesses die ganzen Verhältnisse verschieben.

Wohl aber sind die Ableitungen über die erzwungenen Schwingungen (innerhalb der durch die verschiedenen Annäherungen und Annahmen bedingten Genauigkeit) für den Beharrungszustand, wenn die Eigenschwingungen infolge der dämpfenden Reibung erloschen sind, streng richtig.

Aus den Schwingungskurven in Fig. 93, 98 und 108 ergibt sich ein interessantes Resultat. Am beweglichen Exzenter F treten Massenkräfte auf, die nach Fig. 75 auf Taf. XI bei Nullfüllung bis auf 171 kg ansteigen. Vergleicht man hiermit die auf das Exzenter F reduzierte gesamte Zentrifugalkraft, die nach der C-Kurve der Fig. 87 auf Taf. XIV für Nullfüllung rund 465 kg beträgt, so sieht man, daß der Massendruck in F mitunter nahezu 0,4 mal so groß wird als die auf F reduzierte Zentrifugal- bzw. Federkraft eines Pendels. Käme lediglich statisches Gleichgewicht in Frage, so müßte eine totale Verschiebung aller Verhältnisse eintreten. Die vorliegenden theoretischen Untersuchungen zeigen uns aber mit besonderer Deutlichkeit, daß die durch die Massendrücke erzwungenen Regulatorausschläge nach Abklingen der Eigenschwingung des Regulators höchstens 1,5 mm von der Mittellage aus betragen können. Bei Ermittlung dieses Resultats ist ferner von jedweder Dämpfung abgesehen worden, so daß die Schwingungen in Wirklichkeit jedenfalls noch kleiner sein müssen. Die Kleinheit der Schwingungen hängt eben, wie bereits eingangs angedeutet, mit der kurzen zeitlichen Dauer und demgemäß dem geringen Impuls der maximalen Massendrücke zusammen. Daß derartig kleine Schwingungen keine nennenswerte Füllungsänderung zustande bringen können, ist klar. Es läßt sich dies auch aus der punktierten Linie in Fig. 87 ersehen, welche die Füllungen für die verschiedenen Reglerstellungen enthält, soweit sich diese Linie aus vier bekannten Werten (43 %, 12 %, 3 % und 0 %) genau genug zeichnen ließ.

Man ist demnach bei der Bonjour-Lachaussée-Steuerung berechtigt, bei der statischen Untersuchung des Achsenreglers die Massendrücke trotz ihrer Größe außer acht zu lassen, wenn anders nach den weiter unten zu behandelnden Grundsätzen Sorge getragen wird, daß keine Resonanz zwischen der Eigenschwingung und der erzwungenen Schwingung des Regulators auftritt. Die Massendruckkurven der meisten komplizierteren Steuerungen zeigen auch einen derartigen Verlauf, daß große Massenkräfte schnell erscheinen und schnell wieder verschwinden. Die erhaltenen Resultate bei der Bonjour-Steuerung in betreff der Kleinheit der durch Massendrücke hervorgerufenen Regulatorschwingungen lassen sich so auf eine größere Reihe von Steuerungen übertragen. Gleichzeitig folgt daraus, daß man bei Entwurf einer Steuerung auf das

[1]) In der innersten und äußersten Stellung würde ferner das Pendel an seine Begrenzung anschlagen, es wären also strenggenommen auch aus diesem Grunde die ermittelten Schwingungen nicht möglich, wenigstens nicht in den genauen Endlagen.

Abfangen der Rückdrücke keineswegs ängstlich bedacht zu sein braucht, wenn nur Resonanz vermieden wird.

Bei Untersuchung der Festigkeits- und Abnützungsverhältnisse wird man auf die Massendrücke freilich acht haben müssen. Es ist wohl nicht zu leugnen, daß die Bonjour-Steuerung in ihren äußeren Steuerungsgliedern größeren Abnutzungen ausgesetzt ist, als etwa eine Doppelschiebersteuerung mit einfachen Exzentern. Aber für die Komplikation des äußeren Steuerungsgetriebes ist ein wesentlicher Vorteil eingetauscht worden. Während Exponsionssteuerungen, wie die Meyer- und Rider-Steuerung, die durch die Forderung günstiger Dampfverteilung verursachten konstruktiven Komplikationen in die während des Betriebes unkontrollierbaren inneren Verteilungsorgane legen und die äußere Steuerung einfach gestalten, ist bei der Bonjour-Steuerung genau das Umgekehrte der Fall. Die Dampfverteilung besorgt hier ein einfacher Kolbenschieber, also ein auch für schwierige Verhältnisse, z. B. Heißdampf, brauchbares Organ. Da der Kolbenschieber zu den sogenannten entlasteten Schiebern zählt, ist er der Abnutzung in viel geringerem Maß unterworfen als ein Flachschieber und gewährleistet so eine bedeutende Betriebssicherheit. Die Komplikation liegt dagegen hier in der interessanten äußeren Steuerung. Die äußere Steuerung kann aber jederzeit leicht nachgesehen und etwaige Störungen können leicht beseitigt werden. Bei einer Doppelschiebersteuerung dagegen werden Störungen meist auf die inneren Einlaßorgane, die Schieber, entfallen und gewöhnlich erst aus dem erhöhten Dampfverbrauch zu konstatieren und außerdem in der Regel schwieriger zu beseitigen sein.

Das Prinzip der Bonjour-Steuerung dürfte demnach nicht nur ein theoretisches, sondern auch ein praktisches Interesse mit vollem Recht beanspruchen können.

VII. Die Resonanz.

1. Die Schwingungsgleichung für Resonanz.

Wenn in den Schwingungsgleichungen auf S. 37 ff. $\omega = \gamma$, also die Tourenzahl des Regulators gleich seiner Eigenschwingungszahl wird, tritt Resonanz ein. Eine Resonanz mit der n^{ten} Oberschwingung würde zur Bedingung haben $\omega = \frac{\gamma}{n}$. Da bei einem brauchbaren Regulator ω größer als γ ist, hat eine derartige höhere Resonanz nur theoretisches Interesse.

Im Falle der Resonanz mit Dämpfung verläuft die Schwingung bekanntlich derart, daß anfänglich „Schwebungen“ auftreten, die allmählich abklingen, während eine Schwingung von der Schwingungsdauer der Erregerquelle zurückbleibt. Die Amplitude dieser letzteren erzwungenen Schwingung kann aus den früheren Formeln leicht ermittelt werden, wenn man ω durch γ ersetzt. Über den Verlauf der Schwebungen gibt die genaue Gleichung Aufschluß.

Für die Untersuchung der reibungslosen Schwingung versagen im Falle der Resonanz unsere Formeln. Durch Neuintegration der Differentialgleichung (Variation der Konstanten) ergibt sich hierfür:

$$s = K_1 \sin \gamma' t + K_2 \cos \gamma' t - t \cos (\gamma' t + \alpha_1) \cdot \frac{Q_1}{2\sqrt{Mk}} - \frac{Q_2}{3k} \sin (2\gamma' t + \alpha_2)$$
$$- \frac{Q_3}{8k} \sin (3\gamma' t + \alpha_3) - \frac{Q_4}{15k} \sin (4\gamma' t + \alpha_4) - \ldots$$

Unter der Bedingung, daß zu Anfang Ausschlag und Geschwindigkeit gleich Null sein sollen, wird hierbei:

$$K_1 = \frac{Q_1}{2k} \cos \alpha_1 + \frac{2 Q_2}{3k} \cos \alpha_2 + \frac{3 Q_3}{8k} \cos \alpha_3 + \frac{4 Q_4}{15k} \cos \alpha_4 + \ldots$$

und

$$K_2 = \frac{Q_2}{3k} \sin \alpha_2 + \frac{Q_3}{8k} \sin \alpha_3 + \frac{Q_4}{15k} \sin \alpha_4 + \frac{Q_5}{24k} \sin \alpha_5 + \ldots$$

Wie schon eingangs erwähnt, verlieren unsere Schwingungsformeln bei größeren Ausschlägen ihre Gültigkeit, sind also für die besprochenen Resonanzverhältnisse unbrauchbar. Immerhin können sie über die Größenordnung der Ausschläge in groben Zügen Aufschluß geben.

2. Konstruktionsbedingungen für die Vermeidung der Regulatorresonanz.

Die Bedingung dafür, daß keine Resonanz auftreten kann, läßt sich einfach dahin ausdrücken, daß γ nicht gleich ω oder einem ganzen Vielfachen von ω sein darf. Da das Gebiet $\gamma > \omega$ praktisch nicht in Betracht kommt — es würde namentlich für höhere Vielfache von ω resonanzgefährlich sein —, gilt als Bedingung

$$\omega \gtrless \gamma.$$

Bezeichnen wir mit M_K die kraftaufspeichernde und mit M_C die zentrifugalkrafterzeugende Masse, wobei M_K bereits auf die Bewegung des im C-Kurvendiagramm auf die Abszissenachse projizierten Pendelschwerpunktes reduziert sein soll, so gilt

$$\omega > \sqrt{\frac{k}{M_K}}.$$

γ nähert sich dem ω mit wachsendem k und abnehmendem M_K. Nach früherem (S. 32) ist für die gewöhnlich vorkommenden C-Kurven k am größten in der äußersten Stellung des Pendels, während die Größe von M_K je nach der Bauart in verschiedenen Punkten ein Maximum bzw. Minimum erreicht. Wollen wir demnach eine allgemeine Näherungsbedingung für die Vermeidung der Resonanz aufstellen, so müssen wir wohl in der Formel den ungünstigsten Fall zugrunde legen, nämlich maximales k und minimales M_K.

Für k haben wir auf S. 32 unter gewissen verallgemeinernden Annahmen den Wert ermittelt

$$k = \delta \cdot C_m \cdot \frac{x\,(2\,x_0\,x_1 - x_m\,(x_0 + x_1)) - \frac{1}{x}\,(x_0^2\,x_m\,x_1 - 2\,x_m^2\,x_1\,x_0 + x_1^2\,x_0\,x_m)}{x_m\,(x_0^2\,(x_m - x_1) - x_m^2\,(x_0 - x_1) + x_1^2\,(x_0 - x_m))}.$$

Setzen wir hierin $x = x_1$, was für gewöhnlich die Abszisse für maximales k ist, und $C_m = M_C \cdot \omega_r^2 \cdot x_m$, wobei ω_r die von der Winkelgeschwindigkeit ω der Welle im allgemeinen verschiedene Winkelgeschwindigkeit des Regulators bezeichnet, so können

wir, indem wir sämtliche x zu einer Konstanten $\mathcal{A}$ zusammenziehen, k auf die Form bringen

$$k = \delta \cdot M_C \cdot \omega_r^2 \cdot \mathcal{A}.$$

$\mathcal{A}$ ist hierbei eine von der Bauweise des Regulators abhängige Konstante.

Die endgültige Bedingung für einen resonanzfreien Regulator lautet dann:

$$\omega > \omega_r \sqrt{\delta \cdot \frac{M_C}{M_K} \cdot \mathcal{A}}.$$

Man sieht hieraus, daß durch Verkleinerung von δ und Vergrößerung von M_K eine Verbesserung sich erzielen ließe, insoweit nicht noch weitere Gesichtspunkte (Regulierung) zu beachten sind.

Ist speziell $\omega_r = \omega$, wie es bei Achsenreglern der Fall ist, so vereinfacht sich die Bedingung auf

$$\delta \cdot \frac{M_c}{M_K} \cdot \mathcal{A} < 1.$$

Uber den Wert $\mathcal{A}$, der je nach der Bauweise des Regulators sehr verschieden ist, wie auch über M_K bzw. dessen Maximalgröße wurden weitere Untersuchungen nicht vorgenommen.

3. Künstlich hervorgerufene Resonanz.

Schließlich soll noch unser Beispiel auf Resonanz näher untersucht werden. Daß unter normalen Verhältnissen eine solche nicht eintreten kann, zeigt die Tabelle auf S. 41. Was müßten wir nun mit dem vorliegenden Achsenregler anfangen, um künstlich Resonanz herbeizuführen? Offenbar müßten wir, wenn eine Änderung der Massen unterbleiben sollte, an der Feder Änderungen vornehmen.

Es sei (Fig. 88, Taf. XIV) das Zentrifugalkraftdiagramm eines beliebigen Reglers über den Wegen s des Punktes, auf welchen die Zentrifugalkraft reduziert wurde, aufgetragen. Die C-Kurve sei $C = f(s)$ und ferner sei eine (im allgemeinen gekrümmte) Astasielinie $A^0 = \varphi(s)$ für die Tourenzahl n_0 gegeben. Die durch einen bestimmten Punkt C_1 der C-Kurve gehende Astasielinie wird dann dargestellt durch $A^1 = \frac{C_1}{A_1{}^0} \varphi(s)$, also durch proportionale Verkleinerung. Die Kraft, welche den Regler im Punkt 1 in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, ist gegeben durch

$$A^1 - C = \frac{C_1}{A_1{}^0} \varphi(s) - f(s)$$

und der Kraftkoeffizient k wird dargestellt durch den Differentialquotienten dieses Ausdrucks nach s für den Punkt 1;

$$k = \frac{C_1}{A_1{}^0} \cdot \varphi'(s)_1 - f'(s)_1 = k_a{}^0 \cdot \frac{C_1}{A_1{}^0} - k'_c = k'_a - k'_c,$$

wenn

$$k_a{}^0 = \varphi'(s)_1 \text{ und } k'_c = f'(s)_1$$

ist. Bezeichnet e (Fig. 88) die Längeneinheit, so wird demnach k durch Ziehen von Linien ermittelt, die den durch die Differentialquotienten ausgedrückten Kurventangenten parallel sind.

Ist der Regler ein Flachregler, bei dem also die C-Kurve von einer einzigen Feder (bzw. zwei symmetrischen Federn) abhängt, so sieht man ohne weiteres, daß man im Punkte 1 das k σ-fach verkleinern bzw. vergrößern kann, wenn man die Größe C_1 und damit die Federspannung im gleichen Verhältnis verändert. Es entspricht das einer σ-fachen Änderung sowohl der Vorspannung als der Elastizität, wenn wir unter Vorspannung diejenige Spannung verstehen, welche die Feder bei innerster Stellung des Reglers, also z. B. bei Stillstand der Maschine, besitzt, und unter Elastizität das Verhältnis zwischen der Federspannung und der Federdehnung. γ_1 wird dann $= \gamma \sqrt{\sigma}$; aber auch ω ändert sich im gleichen Verhältnis, so daß diese Maßregel allein keinerlei Erfolg hätte.

Anders werden die Verhältnisse, wenn wir lediglich die Vorspannung der Feder ändern, was sich ja leicht bewerkstelligen läßt.

In Fig. 88 ist für die konstante Vorspannung V eine eigene C^V-Kurve eingezeichnet, die im Punkt 1 den Wert $C_1{}^V$ hat. Es werde nun die Federspannung F um $\varkappa V$ verringert. Wir erhalten dann eine neue C-Kurve, die wir darstellen können durch $C - \varkappa C^V$, wobei wir bestimmte Ordinaten, z. B. für den Punkt 1, wie oben durch einen entsprechend angehängten Index charakterisieren: $(C - \varkappa C^V)_1$. Analog drücken wir die Tangente aus durch $\frac{d}{ds}(C - \varkappa C^V)$ bzw. $\left\{\frac{d}{ds}(C - \varkappa C^V)\right\}_1$. Auch die frühere durch einen Punkt 1 gehende Astasielinie $A^1 = \frac{C_1}{A_1{}^0} \cdot A^0$ ändert sich jetzt und geht über in

$$A^1 \cdot \frac{(C - \varkappa C^V)_1}{C_1} \quad \text{oder} \quad A^1 \cdot \frac{C_1 - \varkappa C_1{}^V}{C_1}.$$

An Stelle von k erhalten wir damit für Punkt 1:

$$\begin{aligned} k' &= \left\{\frac{d}{ds}\left[A^1 \cdot \frac{C_1 - \varkappa C_1{}^V}{C_1} - (C - \varkappa C^V)\right]\right\}_1 \\ &= \left\{\frac{d}{ds}[A^1 - C]\right\}_1 - \varkappa \left\{\frac{d}{ds}\left[\frac{C_1{}^V}{C_1} \cdot A^1 - C^V\right]\right\}_1 \\ &= \quad k \quad - \varkappa \left[\frac{C_1{}^V}{C_1} \cdot \left(\frac{dA^1}{ds}\right)_1 - \left(\frac{dC^V}{ds}\right)_1\right] \end{aligned}$$

Das zugehörige ω' wird

$$\omega' = \omega_0 \sqrt{\frac{C_1 - \varkappa C^{V_1}}{C_1}};$$

demnach gilt, wenn $\omega' = \gamma'$ sein soll, also für den Fall der Resonanz:

$$\omega_0{}^2 \cdot \frac{C_1 - \varkappa C^{V_1}}{C_1} = \frac{1}{M_K} \cdot \left\{k - \varkappa\left[\frac{C^{V_1}}{C_1} \cdot \left(\frac{dA^1}{ds}\right)_1 - \left(\frac{dC^V}{ds}\right)_1\right]\right\}.$$

Wird λ statt $\frac{C^{V_1}}{C_1}$, $k_a{}^1$ statt $\left(\frac{dA_1}{ds}\right)_1$ und k_v statt $\left(\frac{dC^V}{ds}\right)_1$ (und analog k_c für $\left(\frac{dC}{ds}\right)_1$) gesetzt, so bekommt man für $\varkappa$ die Gleichung

$$\varkappa = \frac{-k + M_k \cdot \omega_0{}^2}{(M_K \cdot \omega_0{}^2) \cdot \lambda - \lambda k_a{}^1 + k_v}.$$

Für unseren Flachregler gelten folgende Werte, die zum Teil der Tabelle auf Seite 41, dem Federdiagramm in Fig. 89[1]) und dem Zentrifugalkraftdiagramm in Fig. 87 entnommen sind. Infolge der Bauart waren wiederum die Kraftgrößen zu verdoppeln.

	Maximalfüllung	Mittelfüllung	Nullfüllung
k_a	$-9620 \frac{kg}{m}$	$-4410 \frac{kg}{m}$	$+22\,540 \frac{kg}{m}$
k_c	-9810 -	-5970 -	$+19\,200$ -
k_v	-3340 -	$+400$ -	$+12\,380$ -
$k = k_a - k_c$	$+190$ -	$+1560$ -	$+3\,340$ -
M_k (S. 41)	$38{,}9 \frac{kg\ sec^2}{m}$	$41{,}5 \frac{kg\ sec^2}{m}$	$29{,}3 \frac{kg\ sec^2}{m}$
ω_o (S. 41)	$16{,}13 \frac{1}{sec}$	$16{,}60 \frac{1}{sec}$	$17{,}07 \frac{1}{sec}$
λ (Fig. 89)	1,00	0,67	0,525
hieraus $\varkappa$	0.61	0,90	1,03

Die gefundenen Werte von $\varkappa$ lassen sich nicht alle realisieren. Wir haben nämlich zu beachten, daß $\varkappa$ immer < 1 sein muß, weil sich sonst die Zentrifugalkraft stellenweise bis auf Null und unter Null verkleinern müßte, was unmögliche Verhältnisse ergibt. Hieraus folgt, daß durch Entspannen der Regulatorfedern sich in unserm Fall tatsächlich Resonanz erzielen läßt. Dieselbe ist aber nur möglich bei Maximal- und Mittelfüllung bzw. in deren Nähe. Da nach Fig. 89 die Vorspannung 240 kg beträgt, ist, um bei Maximalfüllung Resonanz zu bekommen, jede Feder um $0{,}61 \cdot 240 = 146$ kg zu entspannen. Die kritische Tourenzahl beträgt dann

$$154 \sqrt{1 - 0{,}61} = 154 \sqrt{0{,}39} = 96 \text{ pro min.}$$

Um bei Mittelfüllung Resonanz zu erzeugen, hat man die Vorspannung um $0{,}9 \cdot 240 = 216$ kg zu erniedrigen. Die kritische Tourenzahl beträgt dann

$$158{,}5 \cdot \sqrt{1 - 0{,}9\ \lambda} = 158{,}5 \sqrt{1 - 0{,}9 \cdot 0{,}67} = 100 \text{ pro min.}$$

Bei Nullfüllung ist Resonanz nicht erhältlich.

Leider war es dem Verfasser unmöglich, die Richtigkeit der theoretischen Ergebnisse an der Maschine experimentell zu prüfen, da ihm diese nicht zur Verfügung stand.

Ähnliche Resonanzuntersuchungen lassen sich an den verschiedensten Maschinen vornehmen. Umgekehrt darf man daraus, daß man in vielen Fällen durch Änderung von Federspannungen oder Massen in einfacher Weise Resonanz erzielen kann, den Schluß ziehen, daß in Fällen, wo Resonanz tatsächlich vorhanden ist, sich dieselbe auf

[1]) Maßstab: 1 mm = 25,8 kg.

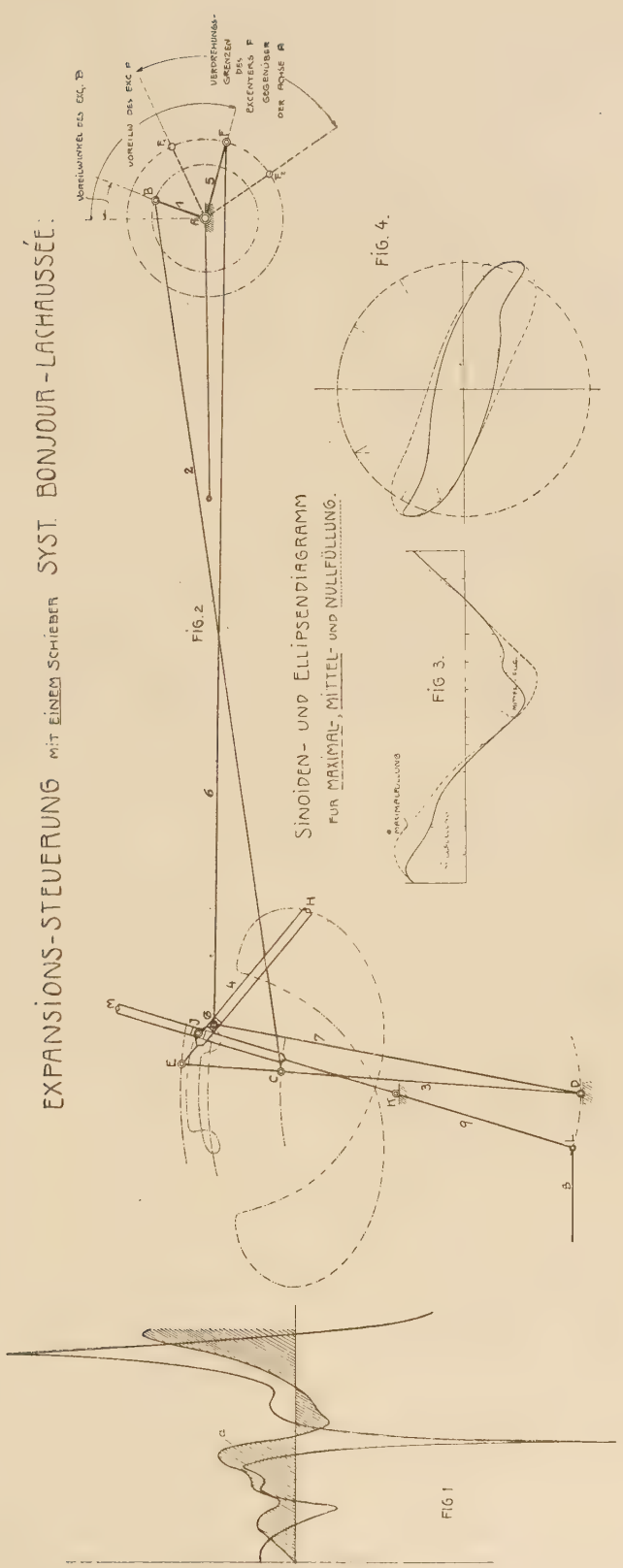
ebenso einfache Weise beseitigen lassen muß. Es verdient diese Tatsache umsomehr Beachtung, als mitunter in der Praxis Regulatoren ohne anscheinenden Grund infolge unzulässiger Schwingungen unbrauchbar werden, eine Erscheinung, die wohl vielfach auf Resonanz zurückzuführen ist.

Die vorliegende Abhandlung bezweckte, die Aufmerksamkeit der Konstrukteure auf Vorgänge hinzulenken, die man im Maschinenbau unter Überschätzung anderer Gesichtspunkte zu übersehen geneigt ist, wenn sie sich nicht in unerwarteter Weise aufdrängen,[1]) und zur weiteren Kenntnis der Grundlagen des Regulatorbaues ein weniges beizutragen.

---

[1]) Herr Professor Lynen-München teilte mir einen Fall von Resonanz bei einem Tachometer mit, bei welchem dieselbe durch das regelmäßige Auftreffen des Riemenschlosses auf die Riemenscheibe des Tachometers hervorgerufen wurde und sich durch konstruktive Änderung der Riemenlänge beseitigen ließ.

Tafel I.


EXPANSIONS-STEUERUNG MIT EINEM SCHIEBER SYST. BONJOUR-LACHAUSSÉE.
FIG. 1
FIG. 2
FIG. 3.
FIG. 4.
SINOIDEN- UND ELLIPSENDIAGRAMM
FÜR MAXIMAL-, MITTEL- UND NULLFÜLLUNG.

Tafel II.

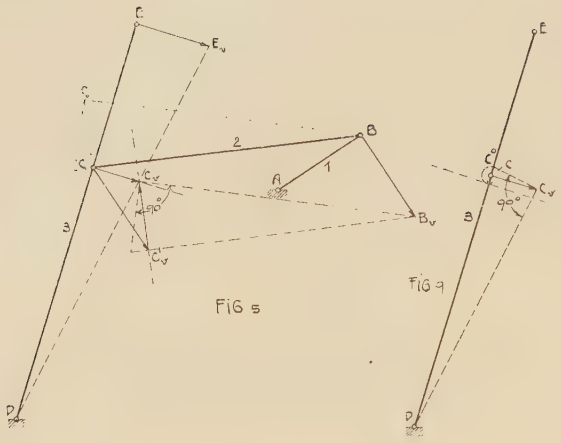


FIG 5

FIG 9

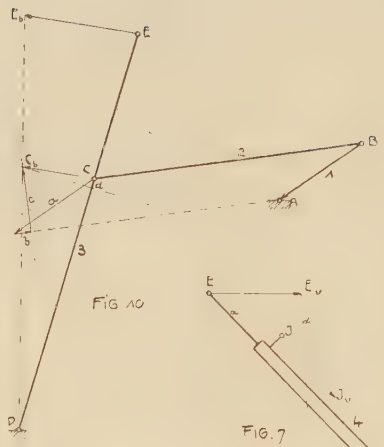


FIG 10

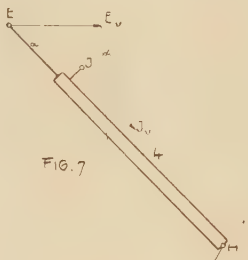


FIG. 7

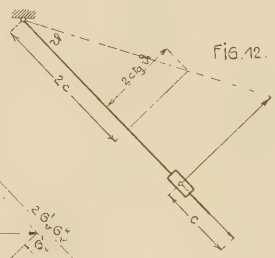


FIG. 12.

FIG. 6.

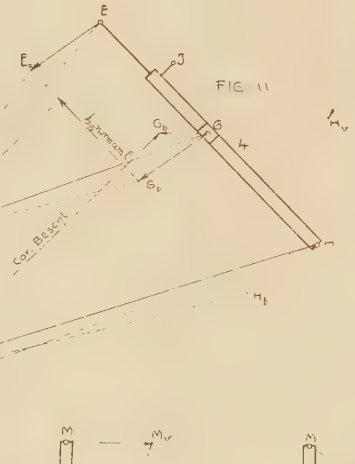


FIG. 11

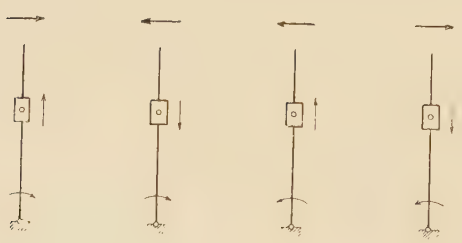


FIG. 13.

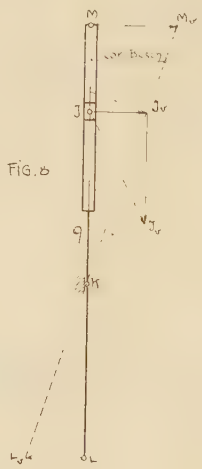


FIG. 8

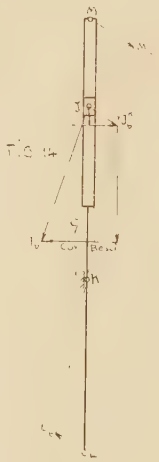


FIG. 14

Tafel III.

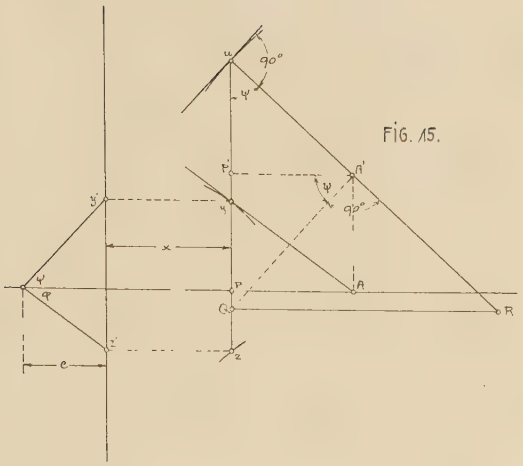


FIG. 15.

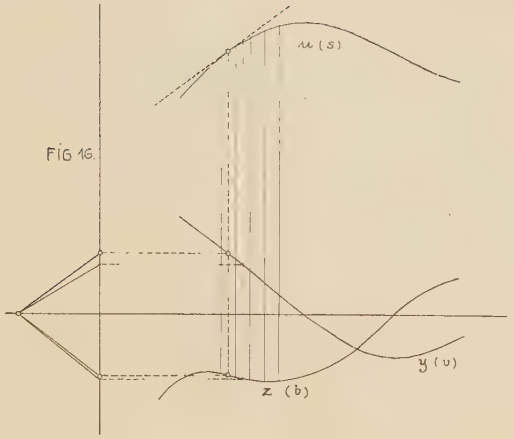


FIG 16.

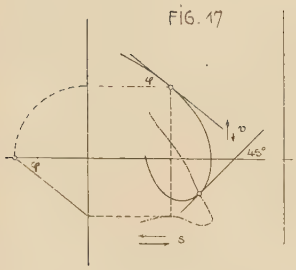


FIG. 17

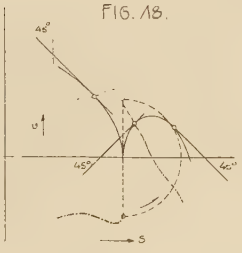


FIG. 18.

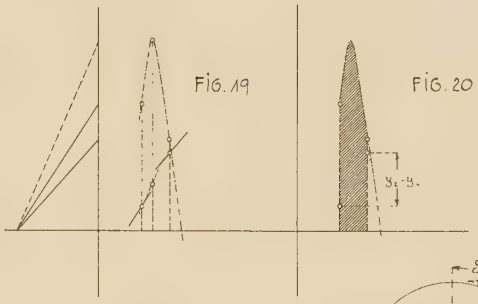


FIG. 19

FIG. 20

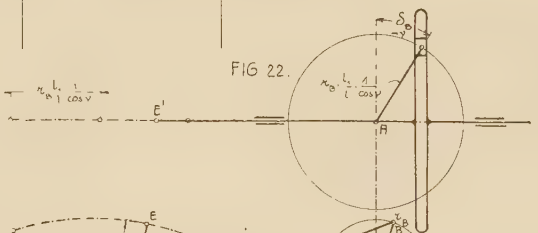


FIG 22.

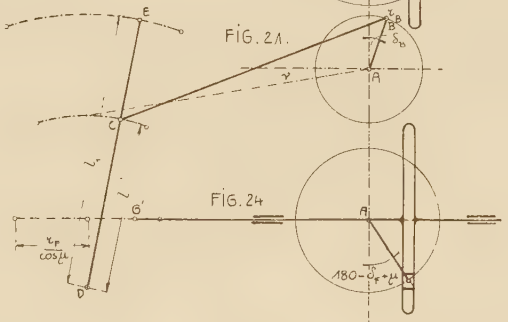


FIG. 21.

FIG. 24

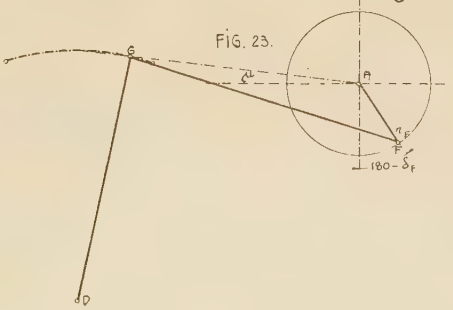


FIG. 23.

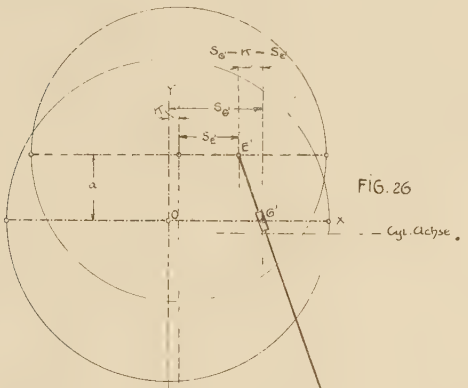


FIG. 26

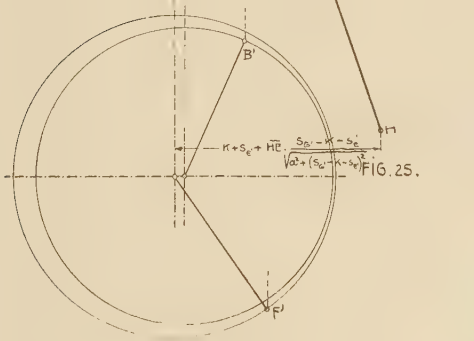
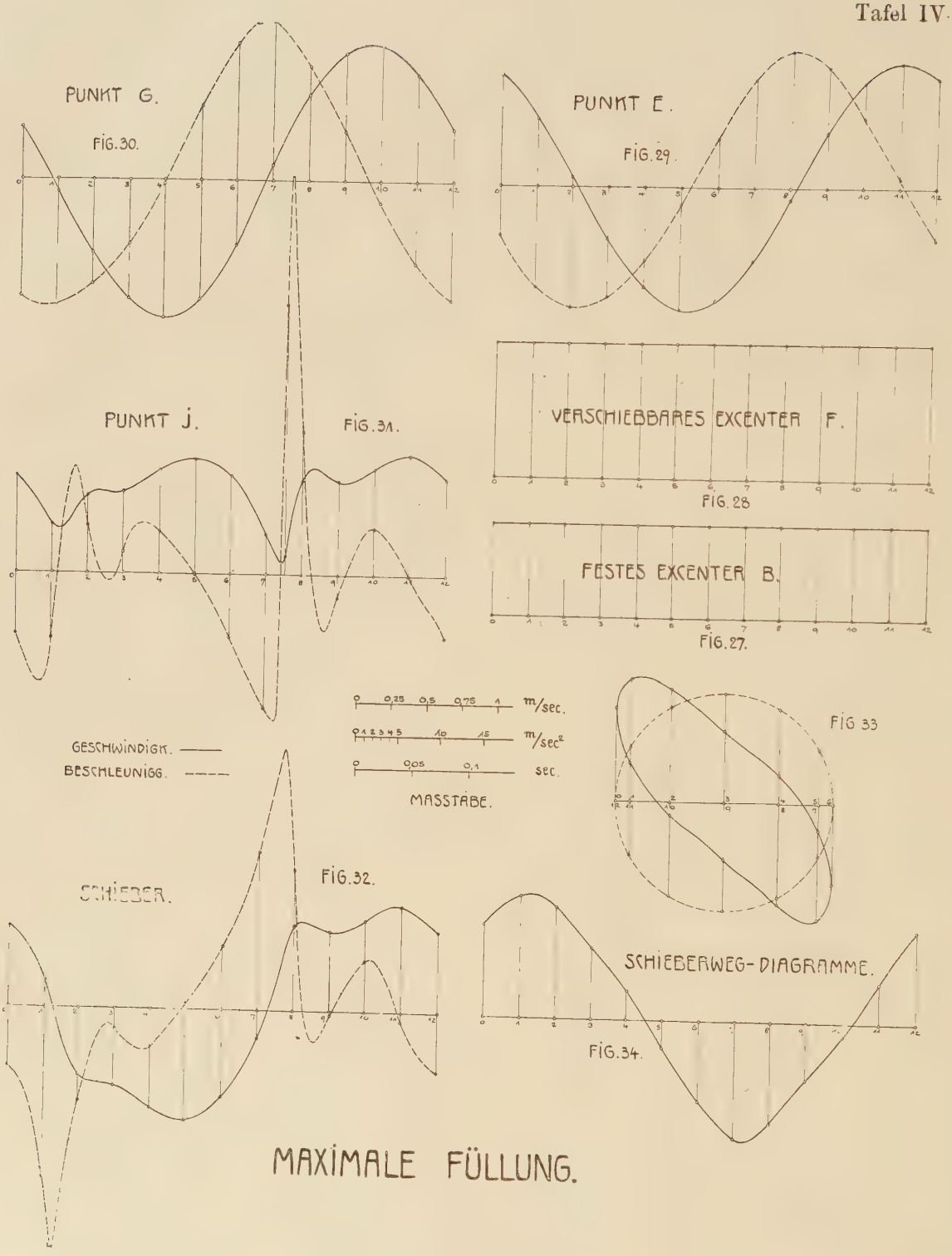
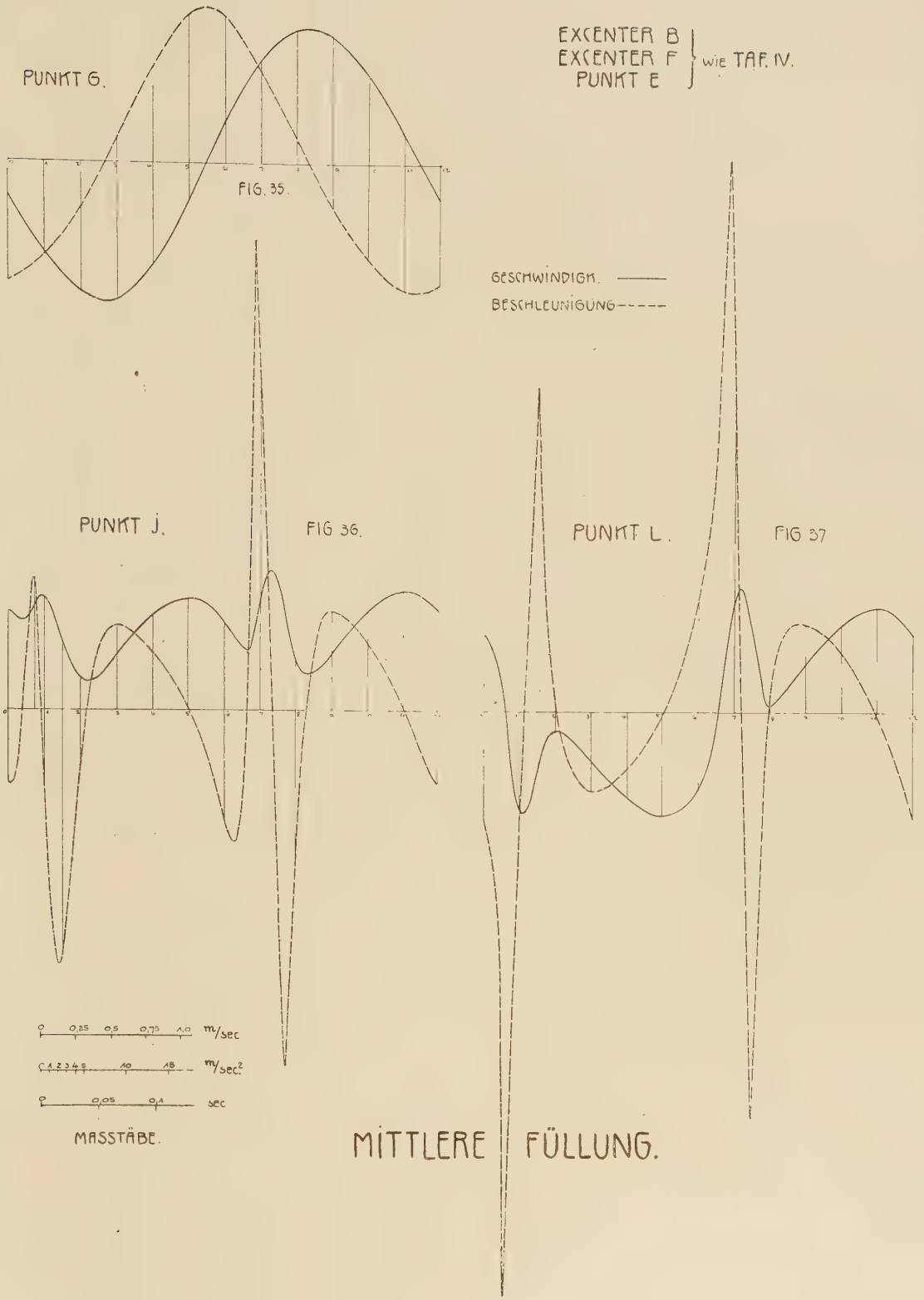


FIG. 25.

Tafel IV.

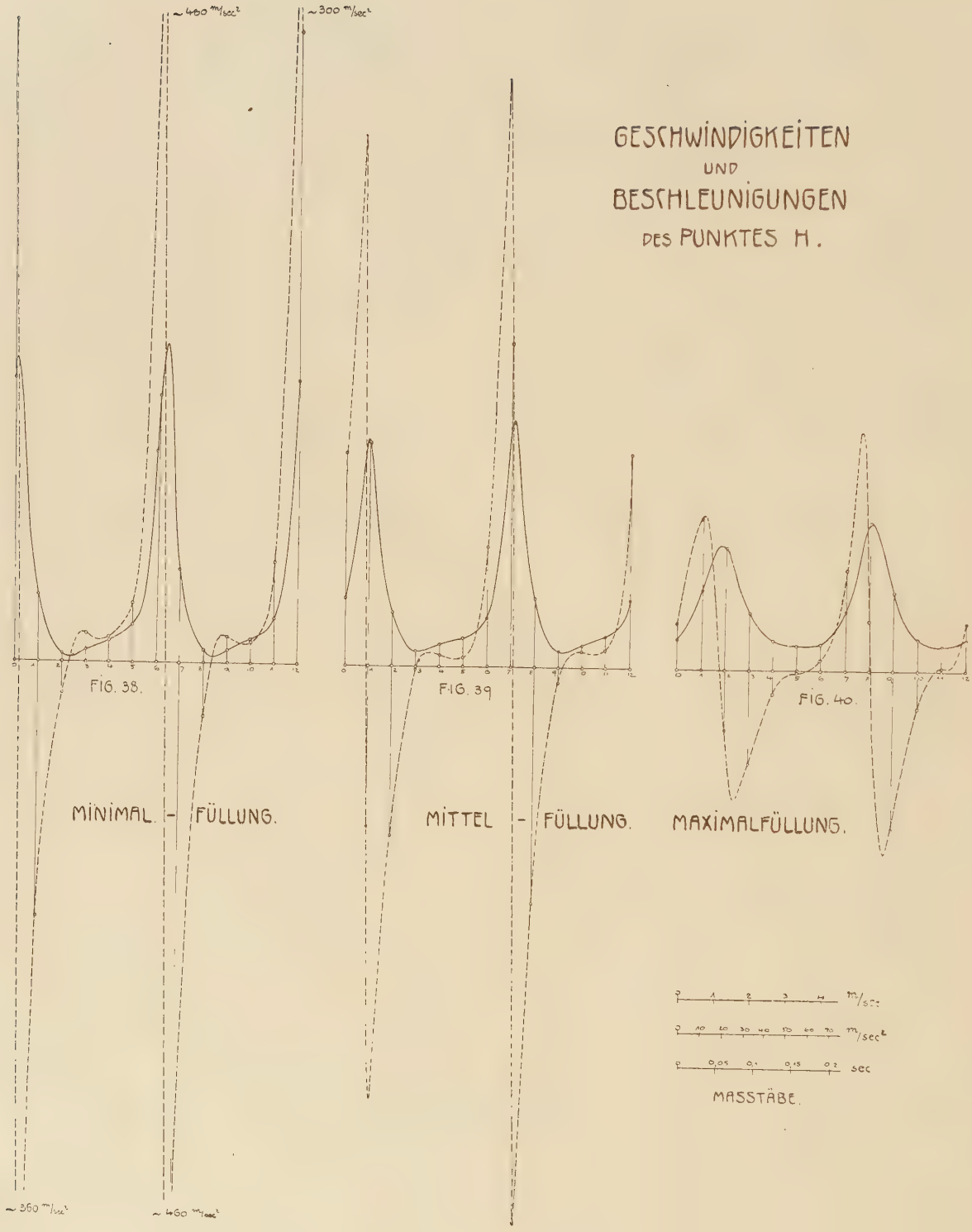

PUNKT G.
FIG. 30.
PUNKT E.
FIG. 29.
PUNKT J.
FIG. 31.
VERSCHIEBBARES EXCENTER F.
FIG. 28
FESTES EXCENTER B.
FIG. 27.
GESCHWINDIGK.
BESCHLEUNIGG.
m/sec.
m/sec²
sec.
MASSTÄBE.
FIG 33
SCHIEBER.
FIG. 32.
SCHIEBERWEG-DIAGRAMME.
FIG. 34.
MAXIMALE FÜLLUNG.

Tafel V.

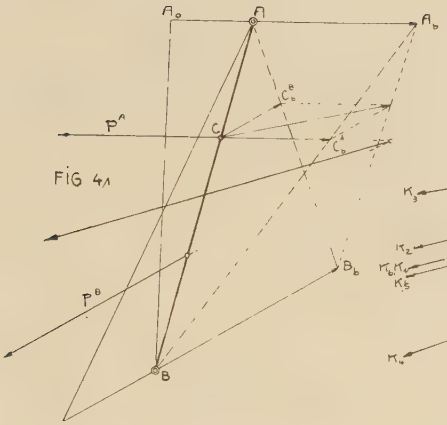

EXCENTER B
EXCENTER F
PUNKT E
wie TAF. IV.
PUNKT G.
FIG. 35.
GESCHWINDIGK.
BESCHLEUNIGUNG
PUNKT J.
FIG 36.
PUNKT L.
FIG 37
m/sec
m/sec²
sec
MASSTÄBE.
MITTLERE FÜLLUNG.

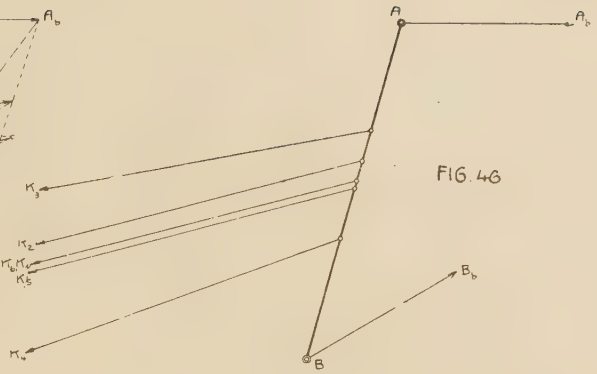
Tafel VI

GESCHWINDIGKEITEN UND BESCHLEUNIGUNGEN DES PUNKTES H.



Tafel VII.





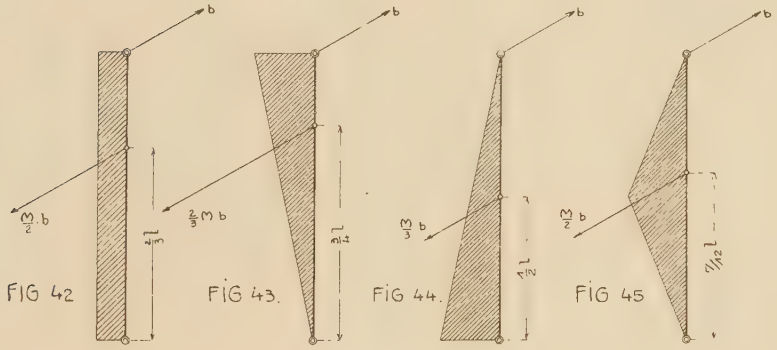
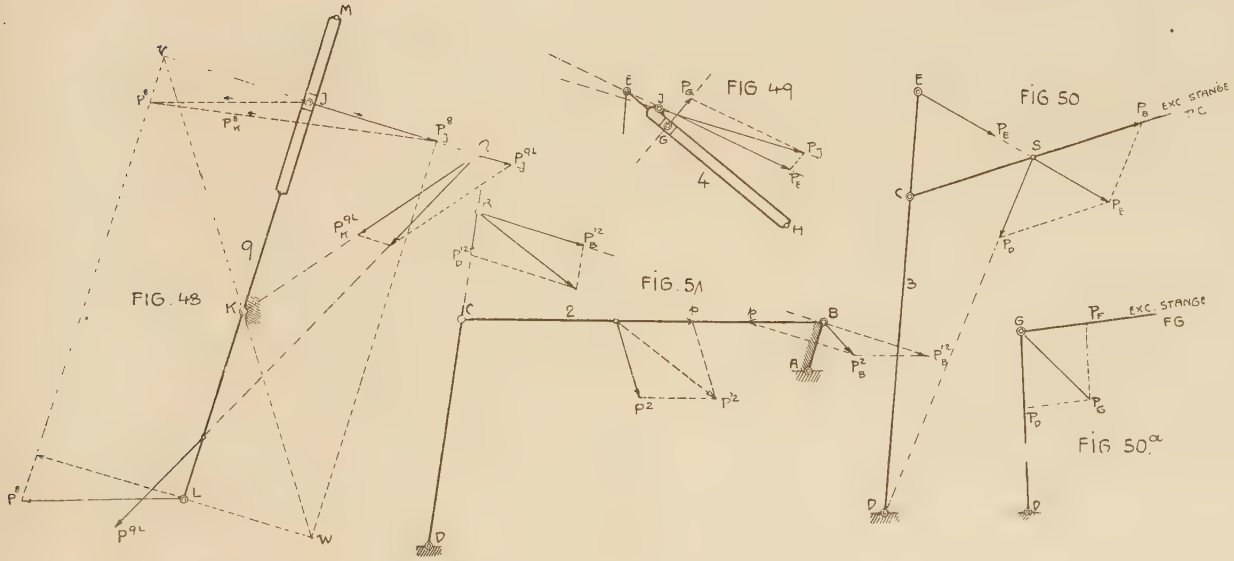


FIG. 47

STANGE	Kg
Excenterstg. BC	5,97
" " FG	6,32
Schwinge GD	7,30
Schwinge ED	11,12
Strück EJH	1,48
Hebel KM	3,50
Hebel KL	2,50
Schieber m. Stge	11,65



Tafel VIII.

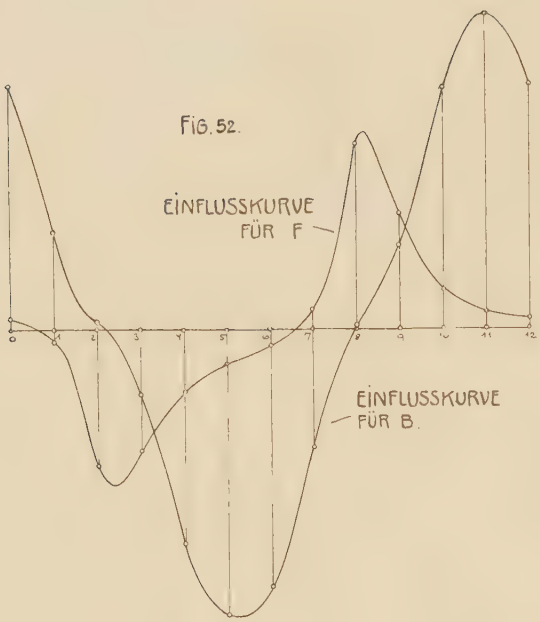


FIG. 52.
EINFLUSSKURVE FÜR F
EINFLUSSKURVE FÜR B.

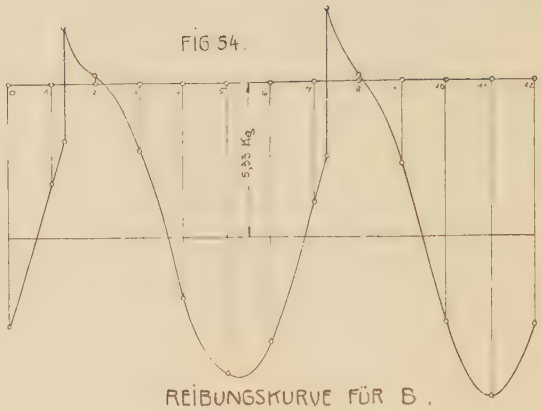


FIG 54.
5,33 Kg
REIBUNGSKURVE FÜR B.

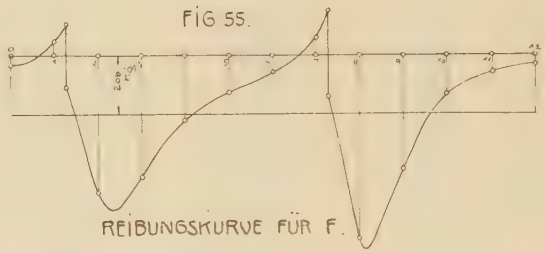
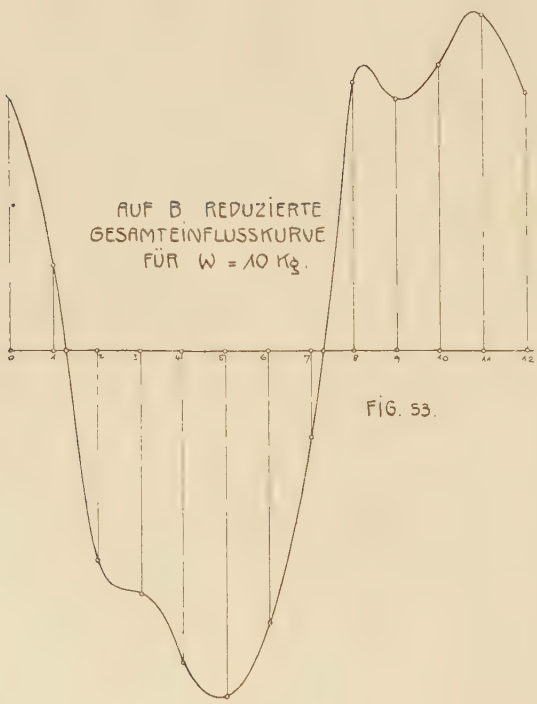
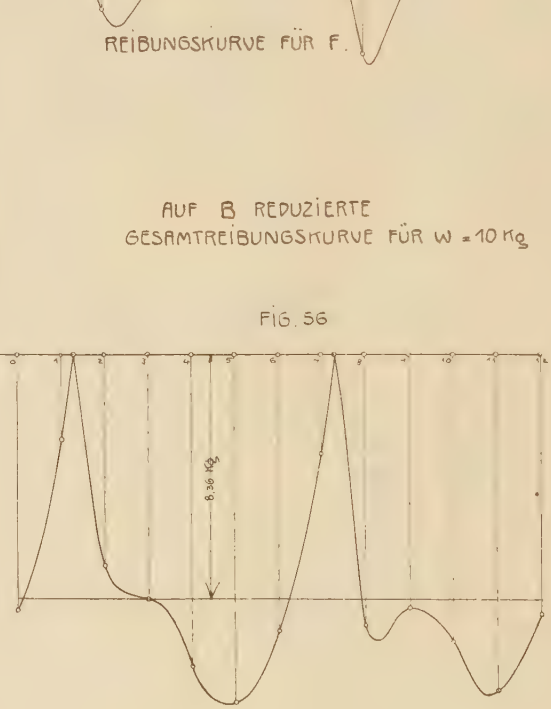
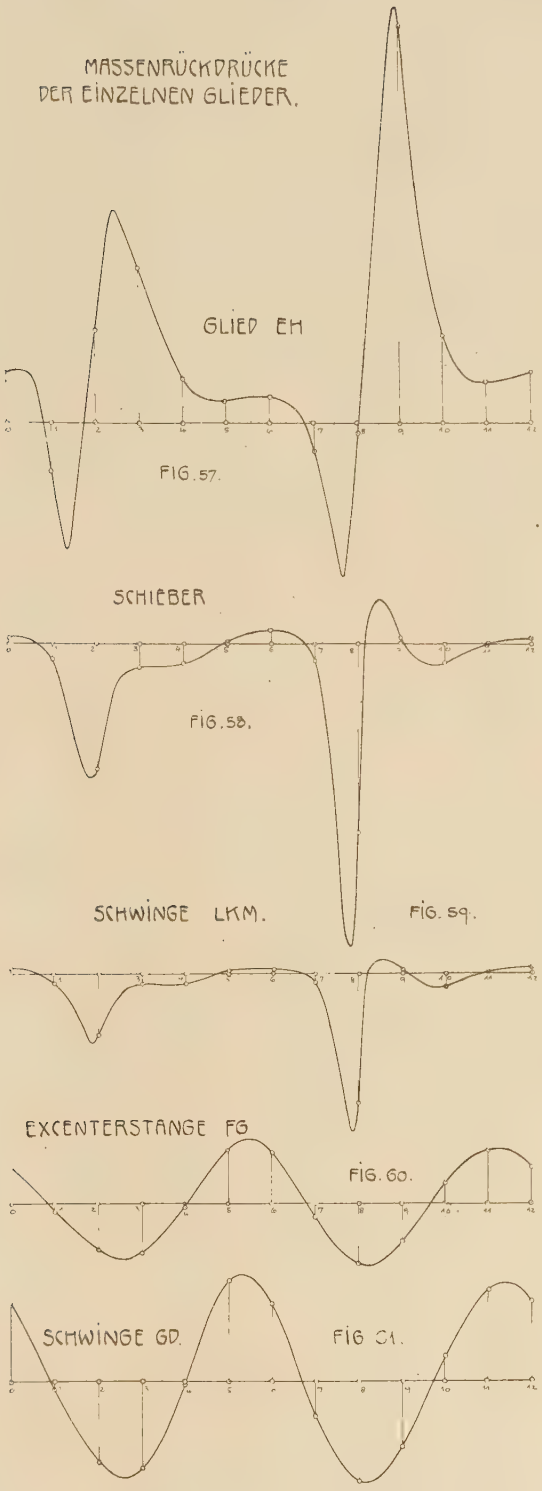


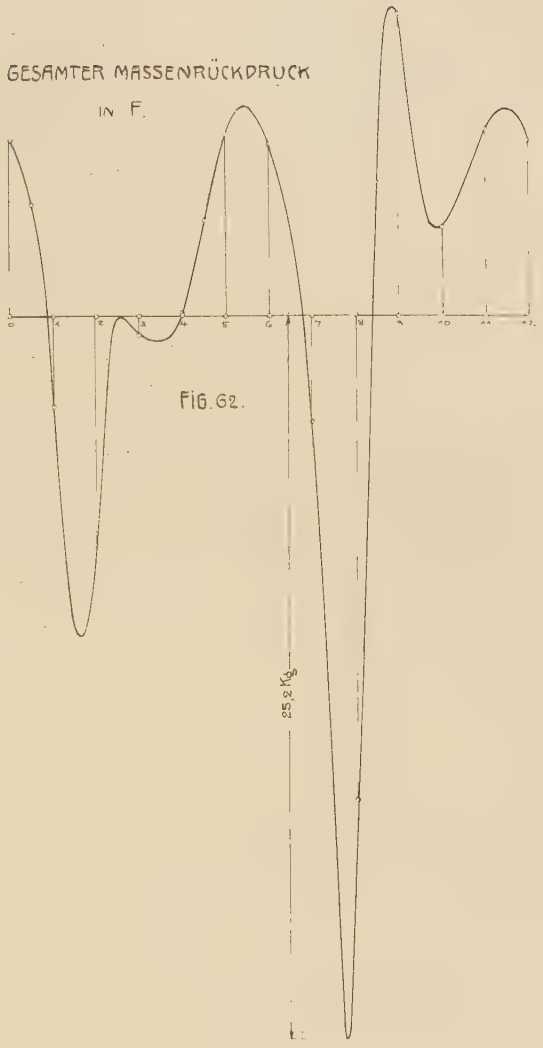
FIG 55.
REIBUNGSKURVE FÜR F.


AUF B REDUZIERTE GESAMTEINFLUSSKURVE FÜR W = 10 Kg.
FIG. 53.


AUF B REDUZIERTE GESAMTREIBUNGSKURVE FÜR W = 10 Kg
FIG. 56
8,36 Kg

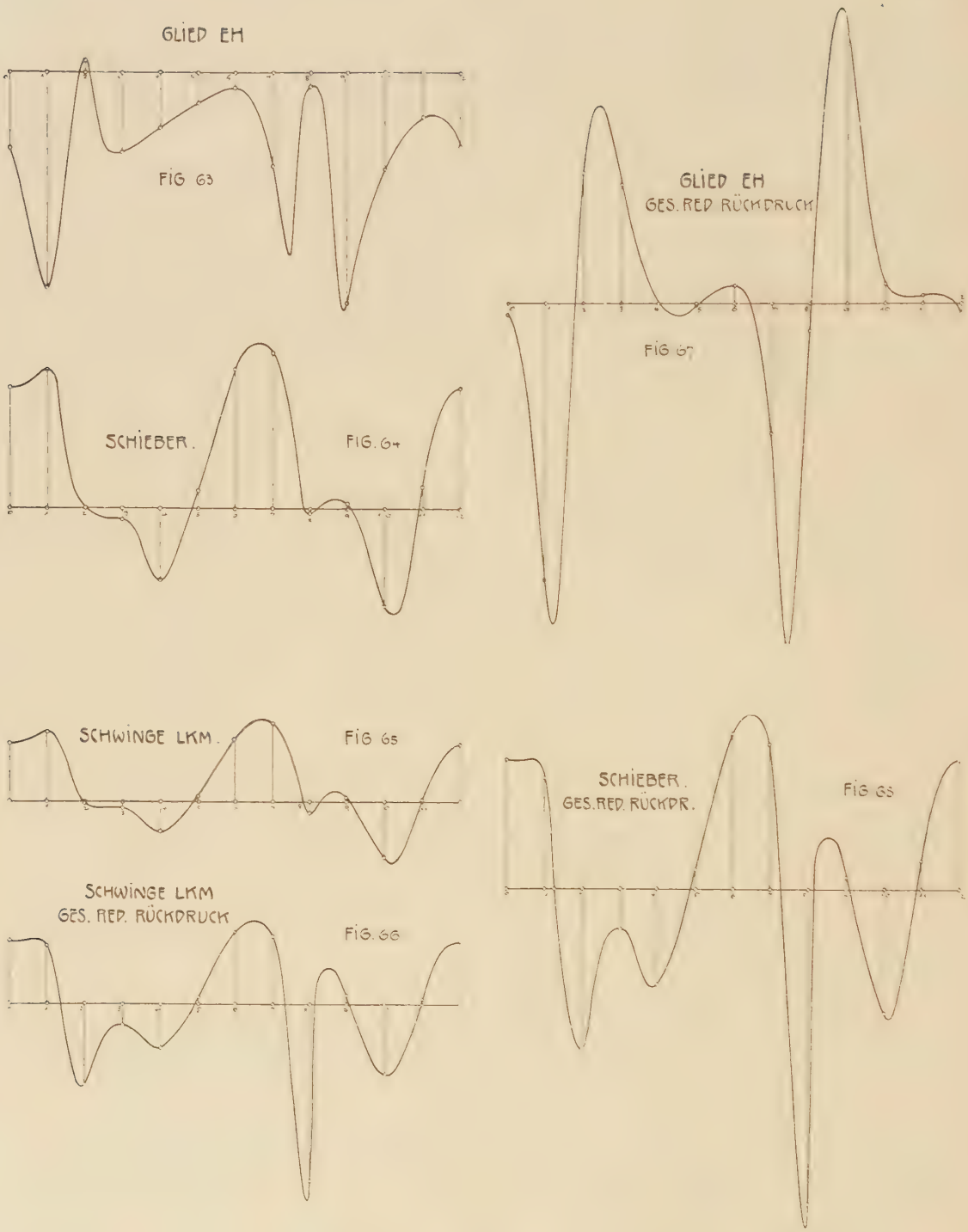
Tafel IX.





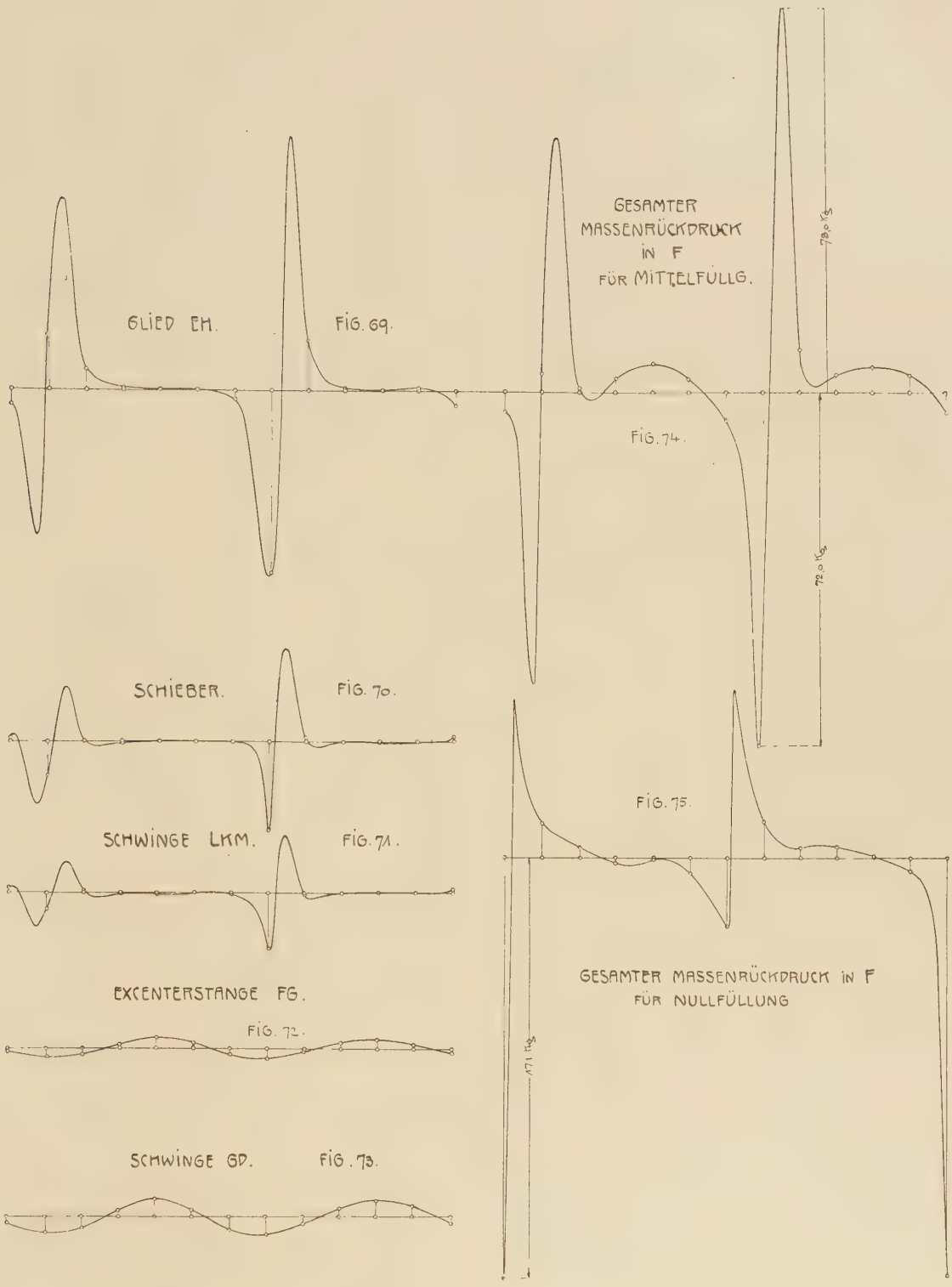
TANGENTIALE MASSENDRÜCKE
IN F
FÜR MAXIMALE FÜLLUNG.

Tafel X.

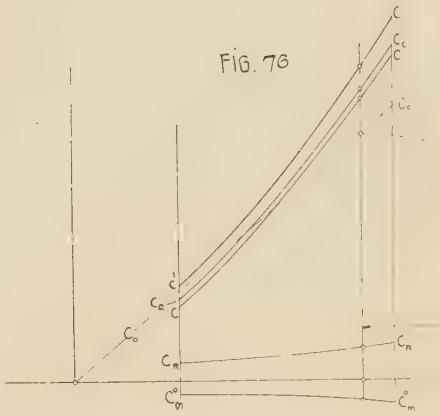


TANGENTIALE MASSENDRÜCKE IN B FÜR MAXIMALE FÜLLUNG.

Tafel XI.


GLIED EH.
FIG. 69.
GESAMTER MASSENRÜCKDRUCK IN F FÜR MITTELFÜLLG.
78.0 Kg
72.0 Kg
FIG. 74.
SCHIEBER.
FIG. 70.
SCHWINGE LKM.
FIG. 71.
FIG. 75.
EXCENTERSTANGE FG.
FIG. 72.
GESAMTER MASSENRÜCKDRUCK IN F FÜR NULLFÜLLUNG
17.1 Kg
SCHWINGE GD.
FIG. 73.

Tafel XII.



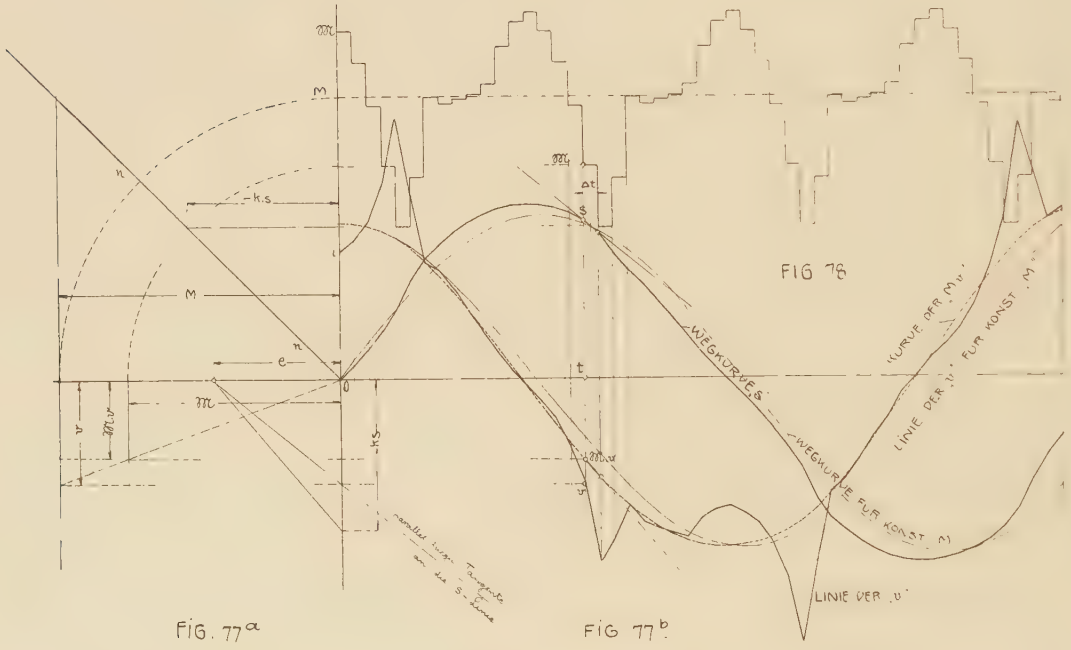


FIG. 77a

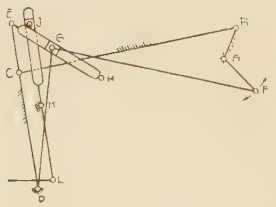
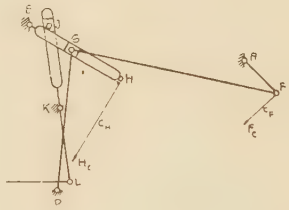
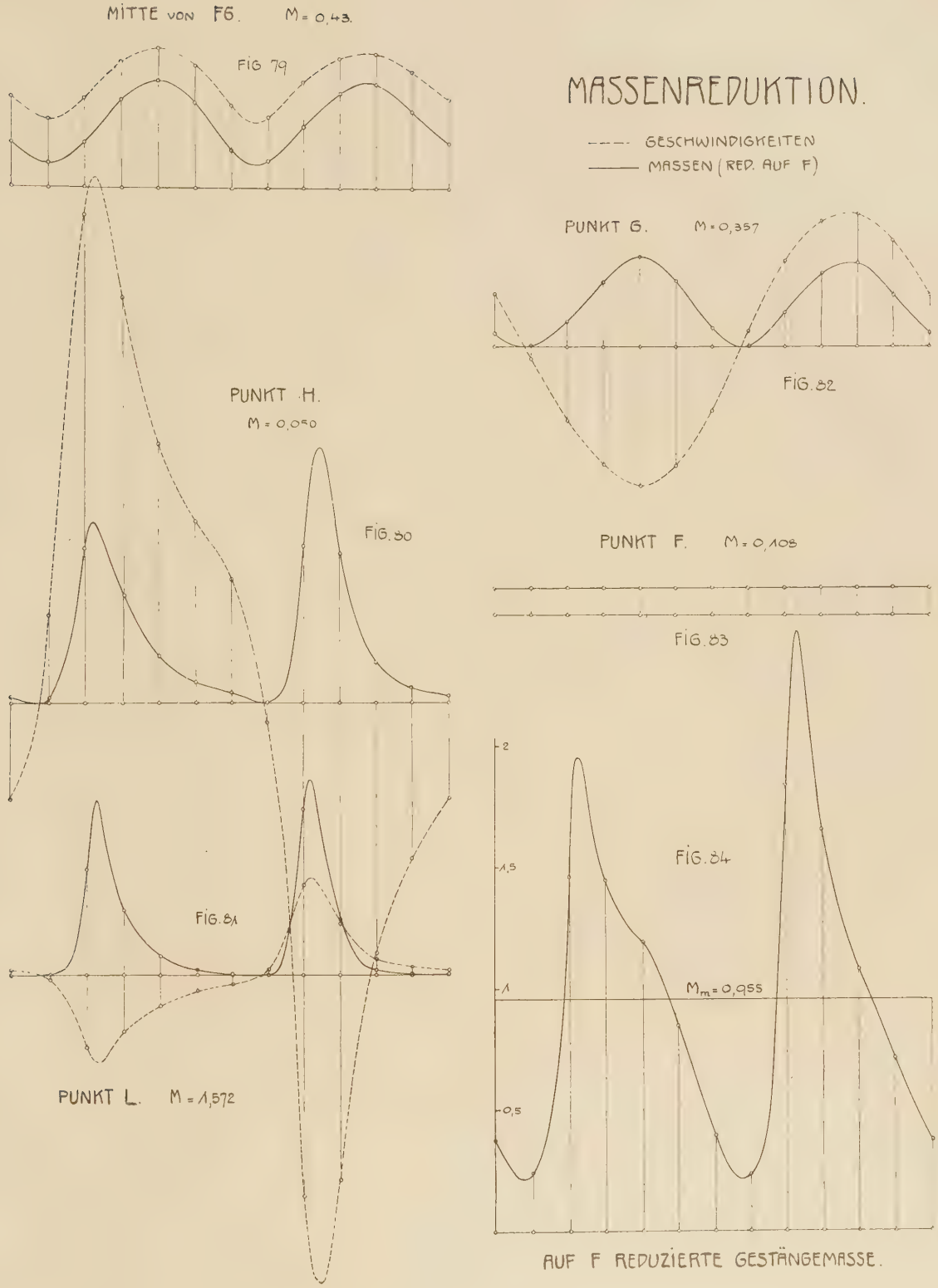


FIG 77b



Tafel XIII.


MITTE VON F6. M = 0,43.
FIG 79
MASSENREDUKTION.
GESCHWINDIGKEITEN
MASSEN (RED. AUF F)
PUNKT G. M = 0,357
FIG. 82
PUNKT H.
M = 0,050
FIG. 80
PUNKT F. M = 0,108
FIG. 83
FIG. 81
2
1,5
1
0,5
FIG. 84
M_m = 0,955
PUNKT L. M = 1,572
AUF F REDUZIERTE GESTÄNGEMASSE.

Tafel XIV.

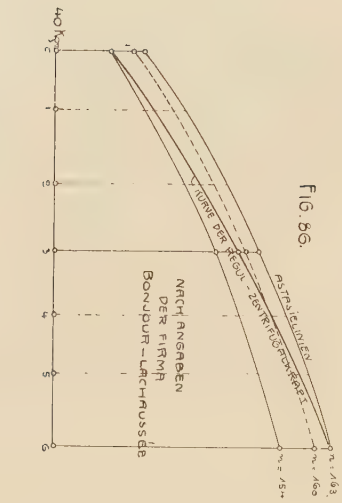


Fig. 86.

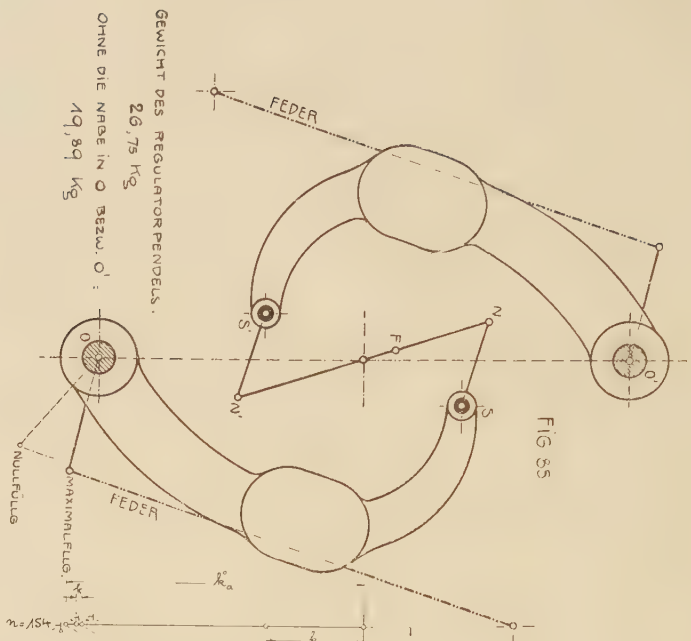


Fig. 85

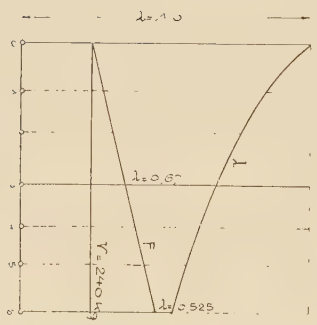


Fig. 89

FEDERSPANNUNGEN	
MAXIMALFÜLLUNG	240 Kg
MITTELFÜLLUNG	360 Kg
NULLFÜLLUNG	465 Kg

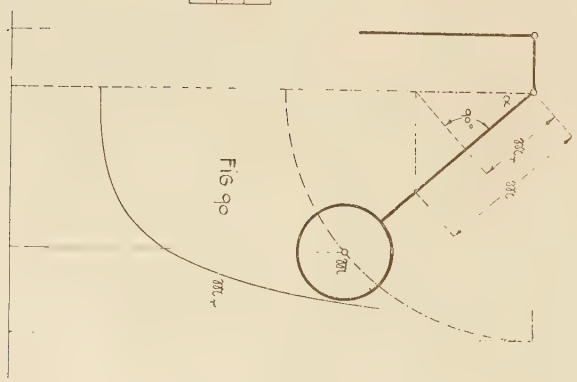


Fig 90

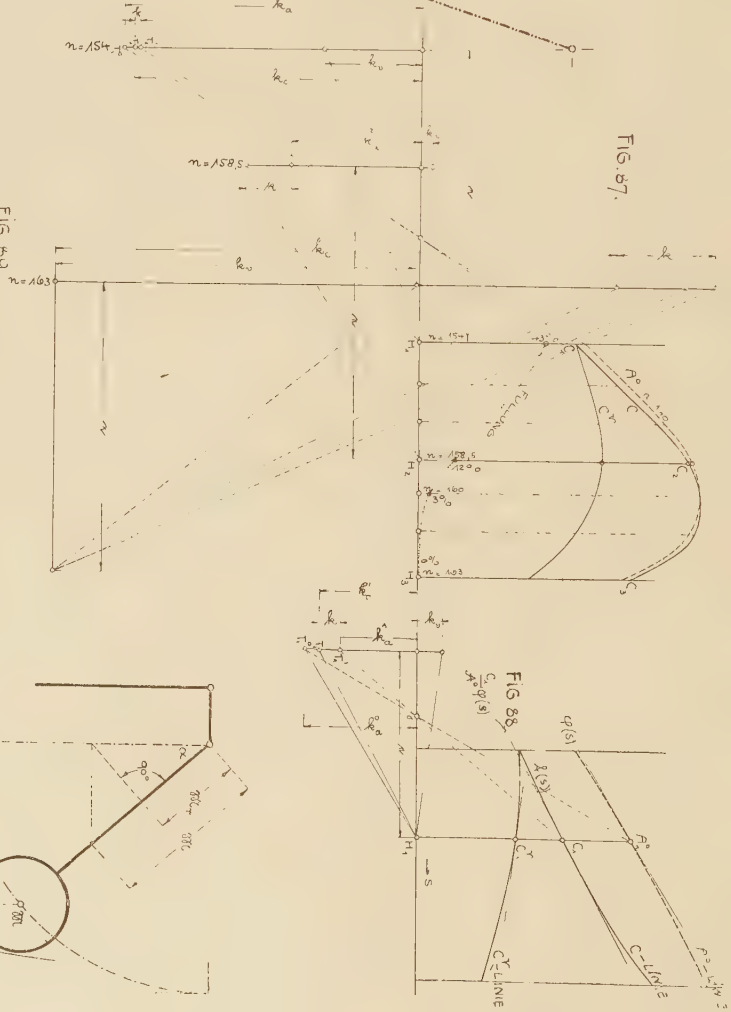


Fig. 87.

Fig 88

Tafel XV.

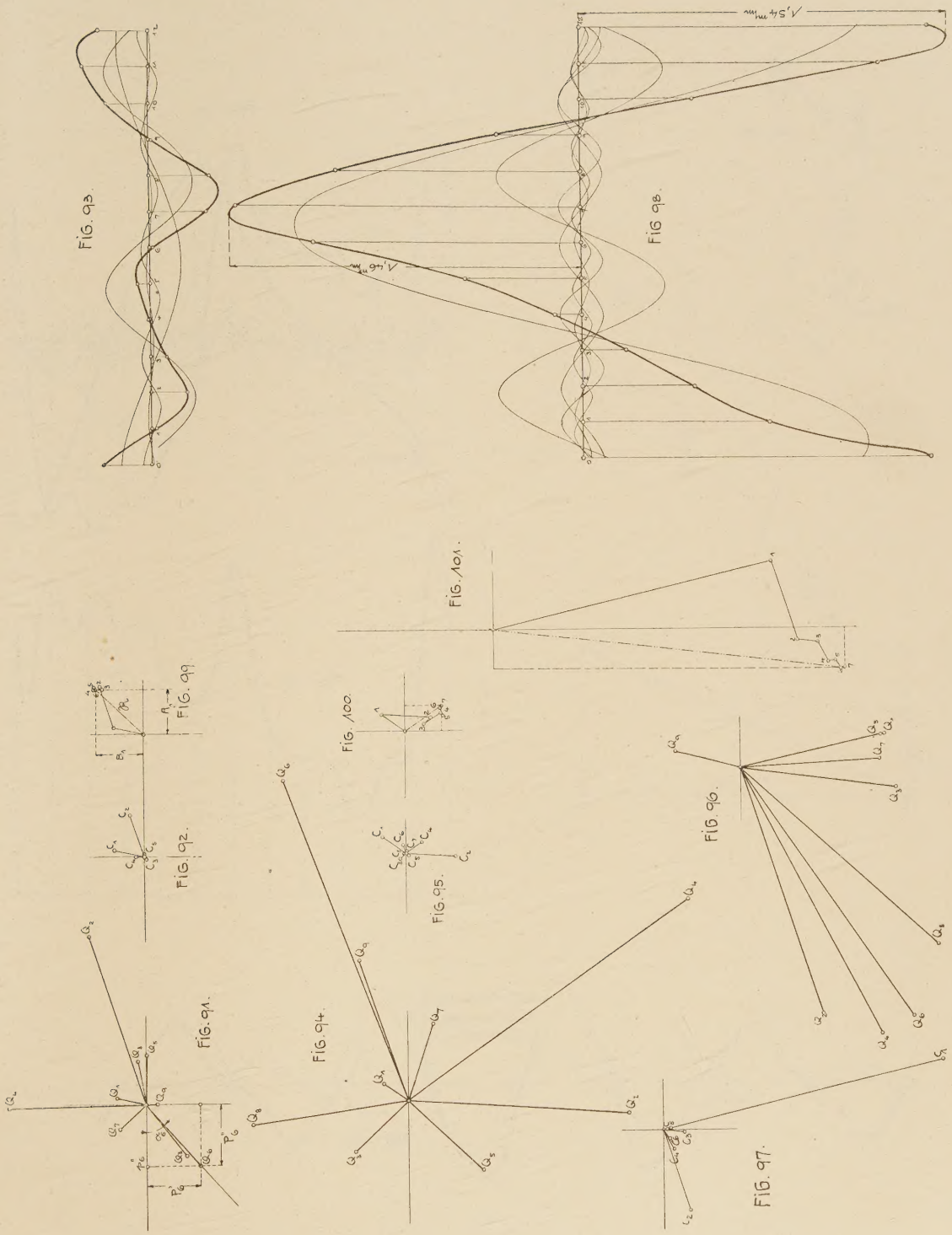


Fig. 93.
Fig. 98.
Fig. 101.
Fig. 100
Fig. 99
Fig. 92.
Fig. 95.
Fig. 96.
Fig. 91.
Fig. 94.
Fig. 97.

Tafel XVI.

FIG. 102.

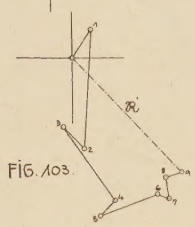


FIG. 103.

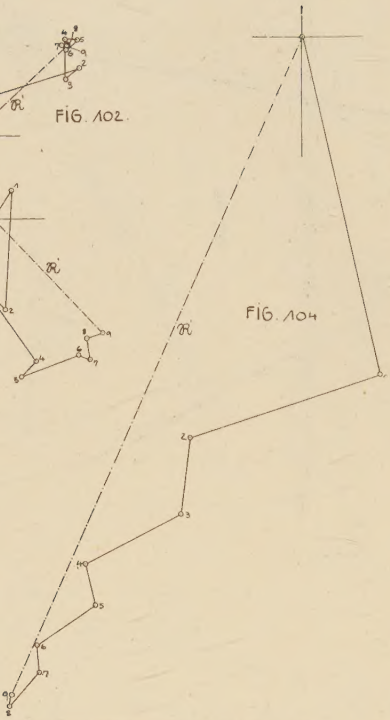


FIG. 104

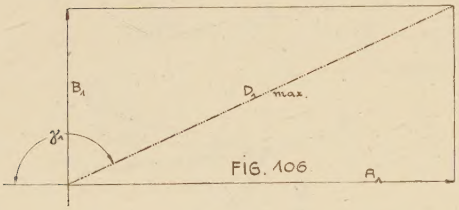
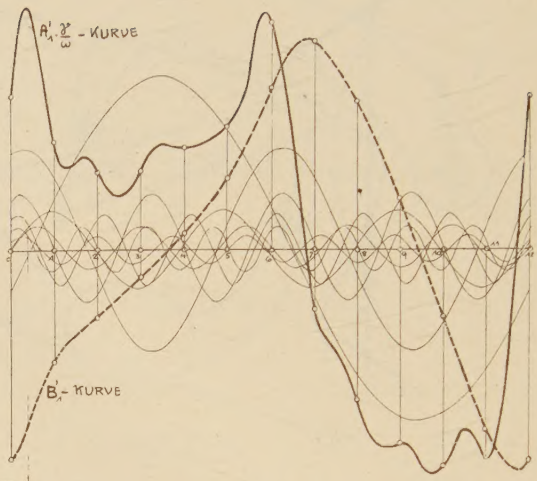


FIG. 106

FIG. 105



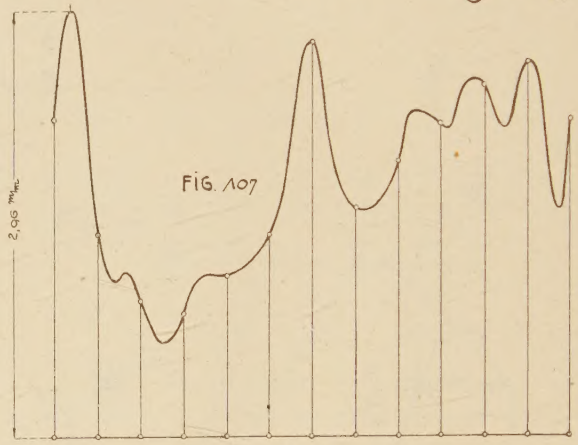


FIG. 107

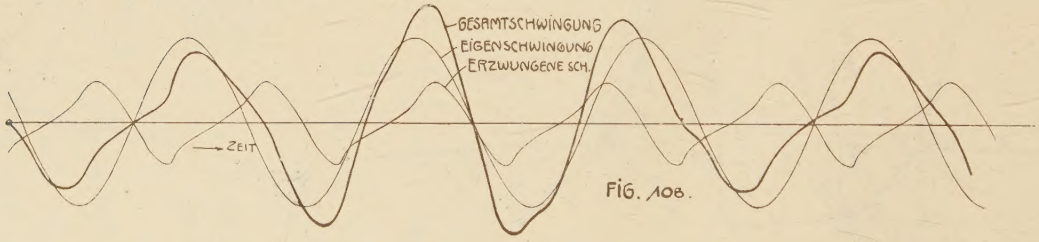


FIG. 108.